

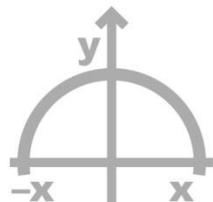
# פיזיקה 1



$$\begin{matrix} & \sqrt{2} \\ 1 & & 1 \\ & \diagdown \end{matrix}$$
A square containing the numbers 1, 1, and  $\sqrt{2}$ , with a diagonal line from top-left to bottom-right.



$$\{\sqrt{x}\}^2$$
The expression  $\{\sqrt{x}\}^2$  in white on an orange background.



## תוכן העניינים

|     |    |                              |
|-----|----|------------------------------|
| 1   | 1. | מבוא מתמטי                   |
| 19  | 2. | וקטוריים                     |
| 40  | 3. | קינמטיקה                     |
| 63  | 4. | תנועה יחסית                  |
| 71  | 5. | динמיקה                      |
| 89  | 6. | תנועה מעגלית                 |
| 105 | 7. | כוחות מודומים (עקרון דלאמבר) |
| 115 | 8. | עבודה ואנרגיה                |
| 137 | 9. | מתך ותנע                     |

# פיזיקה 1

## פרק 1 - מבוא מתמטי

### תוכן העניינים

|          |  |
|----------|--|
| 1 .....  | 1. מעברי ייחidot .....                                   |
| 3 .....  | 2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם .....                       |
| 7 .....  | 3. נגורות וaintgrals בסיסיים .....                       |
| 13 ..... | 4. אינטגרל כפול ומשולש .....                             |
| 15 ..... | 5. קוואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים .....              |
| 16 ..... | 6. צפיפות .....  |
| 17 ..... | 7. צפיפות אינפיטיסימלית .....                            |
| 18 ..... | 8. נפח-נגורת סטומה ואלמנט אורץ בהחלפת קוואורדינטות ..... |

## מעברי יחידות:

שאלות:

### 1) דוגמה 1

נתון :  $A = 2\text{km}$  ,  $B = 10\text{gr}$   
מצא את  $C = A \cdot B \cdot m \cdot k \cdot s$  ביחידות של

### 2) דוגמה 2

נתון :  $A = 2\text{m}^2$  ,  $B = 3\text{gr}$  ,  $C = 5\text{c.m.s}$   
חשב את הגודלים הבאים ביחידות של  $\text{s.m.k.s}$  :

- $D = 2 \cdot A$
- $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

### 3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגודלים הבאים ביחידות של ס"מ :

- $A = 1\text{m}^2$
- $B = 1\text{m}^3$

### 4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכיים הניל ביחידות של  $\text{c.m}^3$  :

- $5.2\text{m}^3$
- $320\text{mm}^3$
- $0.0054\text{km}^3$

### 5) ליטר, דוגמה

הבע את הגודלים הבאים ב- Liter :

- $5\text{m}^3$
- $5\text{mm}^3$

**תשובות סופיות:**

$$20\text{m} \cdot \text{kg} \quad \text{(1)}$$

$$37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad 4\text{m}^2 \cdot \text{N} \quad \text{(2)}$$

$$10^6 \text{cm}^3 \quad \text{ב.} \quad 10^4 \text{cm}^2 \cdot \text{N} \quad \text{(3)}$$

$$5.4 \cdot 10^{12} \text{cm}^3 \cdot \text{ג.} \quad 0.32\text{cm}^3 \cdot \text{ב.} \quad 5.2 \cdot 10^6 \text{cm}^3 \cdot \text{א.} \quad \text{(4)}$$

$$5 \cdot 10^{-6} \text{Liter} \quad \text{ב.} \quad 5 \cdot 10^3 \text{Liter} \cdot \text{א.} \quad \text{(5)}$$

## סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

**רקע**

**במשולש ישר זווית:**

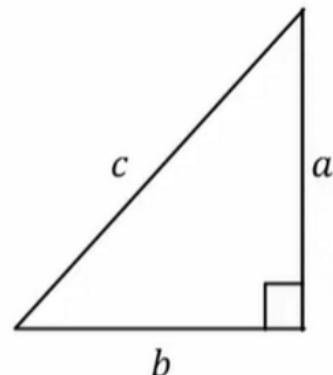
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{לייד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



**משפט פיתגורס:**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

|  |                      |
|--|----------------------|
| $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$  | $90^\circ - \alpha$  |
| $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  |                      |
| $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$  |                      |
| $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$  |                      |
| $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$  | $90^\circ + \alpha$  |
| $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$   |                      |
| $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$   |                      |
| $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$   |                      |
| $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$   | $180^\circ - \alpha$ |
| $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$  |                      |
| $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$  |                      |
| $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$  |                      |
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$   | $-\alpha$            |
| $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$  |                      |
| $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$   |                      |
| $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$   |                      |
| $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$   | $2\alpha$            |
| $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ |                      |
| $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$               | $\alpha \pm \beta$   |
| $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$               |                      |

סיכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

**ערכיהם שווה לזכור:**

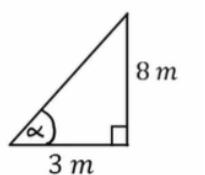
| הزاوية והפונקציה | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$                                | $60^\circ$           | $90^\circ$ |
|------------------|-----------|----------------------|---|----------------------|------------|
| $\sin \alpha$    | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          |
| $\cos \alpha$    | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          |
| $\tan \alpha$    | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1   | $\sqrt{3}$           | לא מוגדר   |

**פתרונות עבור:**

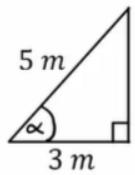
|  |                        |
|--|------------------------|
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$ | $\sin x = \sin \alpha$ |
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = -\alpha + 2\pi k$      | $\cos x = \cos \alpha$ |
| $x = \alpha + \pi k$                                     | $\tan x = \tan \alpha$ |

**שאלות:****1) דוגמה 1- חישוב אלפא**

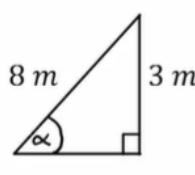
חשב את הזווית אלפא במקיריים הבאים:



ג.



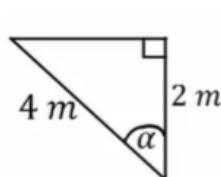
ב.



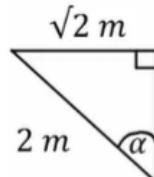
א.

**2) דוגמה 2- משולשים משורטטים אחרה**

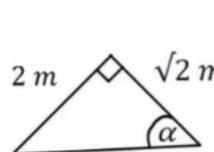
חשב את הזווית אלפא במקיריים הבאים:



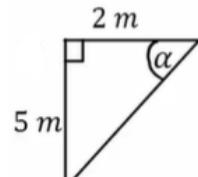
ב.



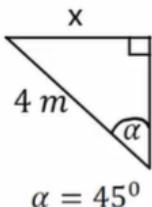
א.



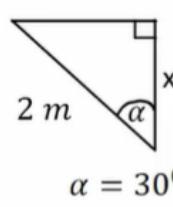
ג.



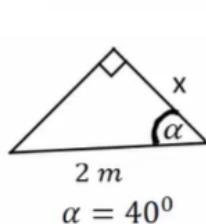
ד.

**3) דוגמה-2- מציאת ניצבים**

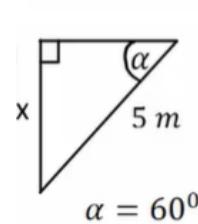
ב.



א.



ג.



ד.

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $\alpha = 69^\circ$     ב.  $\alpha = 53^\circ$     ג.  $\alpha = 22^\circ$

(2) א.  $\alpha = 55^\circ$     ב.  $\alpha = 68.2^\circ$     ג.  $\alpha = 60^\circ$     ד.  $\alpha = 45^\circ$

(3) א.  $1.53m$     ב.  $\frac{5\sqrt{3}m}{2}$     ג.  $2\sqrt{2m}$     ד.  $\sqrt{3m}$

## נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

### פרק

#### נגזרות:

הנגזרת נותנת את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה כלשהיא.

אם  $y$  היא פונקציה של  $x$  אז הסימן של הנגזרת של  $y$  לפי  $x$  הוא  $\frac{dy}{dx}$  או  $y'$ .

#### נגזרת של פולינום:

$$y(x) = x^n \rightarrow y'(x) = nx^{n-1}$$

כפל בקבוע אפשר להוציא מהנגזרת:

$$(Ay(x))' = Ay'(x)$$

#### נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

#### כלל שרשרת:

אם  $u$  היא פונקציה של  $x$  ו-  $x$  הוא פונקציה של  $t$  אז :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

#### נגזרות של פונקציות נוספות:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2} ; \quad \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x ; \quad \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x ; \quad \frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

**אינטגרל:**

פעולה הפוכה לנגזרת.

**אינטגרל של פולינום**

$$\int A x^n \, dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

אינטגרל לא מסוים, מוסיפים קבוע לتوجאת האינטגרל.  
אינטגרל מסוים, מציבים גבולות בתוגאתה של האינטגרל.

$$\int_a^b x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

**מה עושה האינטגרל?**

האינטגרל מבצע סכימה על ערכי הפונקציה.  
האינטגרל נותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

**שאלות:****1) דוגמה 1**

חשב את הנגזרות הבאות :

$$y = 5x^4, \frac{dy}{dx} = ? . \text{א}$$

$$y = ax^5, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב}$$

$$y = 5x + 2x^{18}, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג}$$

$$f(x) = 8x^2 + 2, \frac{df}{dx} = ? . \text{ד}$$

$$y = 6t^2, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ה}$$

$$x = 5t^3, \frac{dx}{dt} = ? . \text{ו}$$

$$x = 5t^4 + t^3 + 4, \frac{dx}{dt} = ? . \text{ז}$$

$$f(t) = At^6 + Bt + C, \frac{df}{dt} = ? . \text{ח}$$

**2) דוגמא 2**

חשב את הנגזרות הבאות :

$$y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}), \frac{dy}{dx} = ? . \text{א}$$

$$y = Ax^5(B + Cx^3), \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב}$$

$$y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5), \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג}$$

$$y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3), \frac{dy}{dt} = ? . \text{ד}$$

$$x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2), \frac{dy}{dt} = ? . \text{ה}$$

**(3) דוגמא 3-נגזרת פנימית**

חשב את הנגזרות הבאות:

$$y = (x+2)^4, \frac{dy}{dx} = ? . \text{א.}$$

$$y = 5(8x^2 + x)^5, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב.}$$

$$y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג.}$$

$$f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2, \frac{df}{dt} = ? . \text{ד.}$$

**(4) דוגמה 4-כלל שרשרת**

חשב את הנגזרות הבאות:

$$y = (x+2)^4, x = 2t, \frac{dy}{dt} = ? . \text{א.}$$

$$y = 5(8x^2 + x)^5, x = 5t^4 + 4, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ב.}$$

$$y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}, x = 3t^2 + t, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ג.}$$

$$y = x^2, x = t^2, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ד.}$$

**(5) דוגמה 5-נגזרות של פונקציות נוספות**

מצאו את הנגזרות של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } y = \sin(ax) \text{ כאשר } a \text{ קבוע.}$$

$$\text{ב. } y = e^{-x^2}$$

**(6) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים**

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int x^7 dx$$

$$\text{ב. } \int x dx$$

$$\text{ג. } \int dx$$

$$\text{ד. } \int 3dx$$

$$\text{ה. } \int 7x^4 dx$$

$$\text{ו. } \int (5x^2 + 3) dx$$

$$\int (8x^7 + 5x)dx \quad \text{ג.}$$

$$\int Ax^7 dx \quad \text{ח.}$$

$$\int (Ax^7 + Bx)dx \quad \text{ט.}$$

### 7) דוגמה 2- אינטגרל מסוים

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^2 x^5 dx \quad \text{א.}$$

$$\int_1^5 4dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_{-1}^3 7x^4 dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^4 (2x^2 + 4)dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx)dx \quad \text{ה.}$$

### 8) דוגמה 3- אינטגרל של פונקציות נוספות

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^\pi \sin x dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^\pi \cos(2x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int e^{3x} dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^5 2e^{-3x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_3^5 \frac{1}{x} dx \quad \text{ה.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx \quad \text{ו.}$$

$$\int e^{ax} dx \quad \text{ז.}$$

**תשובות סופיות:**

$$12 \cdot t \cdot \text{ה} \quad 16x \cdot \text{ט} \quad 5 + 36x^{17} \cdot \text{ג} \quad 5a \cdot x^4 \cdot \text{ב} \cdot 20x^3 \cdot \text{א} \quad \text{(1)}$$

$$6At^5 + B \cdot \text{ח} \quad 20t^3 + 3t^2 \cdot \text{ז} \quad 15t^2 \cdot \text{ו}$$

$$5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7 \cdot \text{ב} \quad 20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17}) \cdot \text{א} \quad \text{(2)}$$

$$5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4) \cdot \text{ג}$$

$$(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2) \cdot \text{ט}$$

$$(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t) \cdot \text{ח}$$

$$5 + 560t^3(5t^4 + 4)^{13} \cdot \text{ג} \quad 25(8x^2 + x)^4(16x + 1) \cdot \text{ב} \cdot 4(x + 2)^3 \cdot 1 \cdot \text{א} \quad \text{(3)}$$

$$16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2) \cdot \text{ט}$$

$$500t^3 \left( 8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4 \right) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1) \cdot \text{ב} \quad 8(2t + 2)^3 \cdot \text{א} \quad \text{(4)}$$

$$4t^3 \cdot \text{ט} \quad \left( 5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0) \right) \cdot (3 + 2t + 1) \cdot \text{ג}$$

$$e^{-x^2} \cdot (-2x) \cdot \text{ב} \quad \cos(ax) \cdot a \cdot \text{א} \quad \text{(5)}$$

$$\frac{7x^5}{5} + C \cdot \text{ה} \quad 3x \cdot \text{ט} \quad x + C \cdot \text{ג} \quad \frac{x^2}{2} + C \cdot \text{ב} \quad \frac{x^8}{8} + C \cdot \text{א} \quad \text{(6)}$$

$$A \frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C \cdot \text{ט} \quad A \cdot \frac{x^8}{8} + C \cdot \text{ח} \quad x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C \cdot \text{ז} \quad \cdot \text{ו}$$

$$31.875A + 1.5B \cdot \text{ה} \quad 58.67 \cdot \text{ט} \quad 341.6 \cdot \text{ג} \quad 16 \cdot \text{ב} \quad 10.67 \cdot \text{א} \quad \text{(7)}$$

$$\ln\left(\frac{5}{3}\right) \cdot \text{ח} \quad \frac{2}{3} \cdot \text{ט} \quad \frac{e^{3x}}{3} + C \cdot \text{ג} \quad 0 \cdot \text{ב} \quad 2 \cdot \text{א} \quad \text{(8)}$$

$$\frac{e^{ax}}{a} \cdot \text{ז} \quad -\frac{1}{x} + C \cdot \text{ו}$$

## אינטגרל כפול ומשולש:

### שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים :

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$

**1) אינטגרל משולש – דוגמה 1**

$$\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$$

**2) דוגמה 1**

$$\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$$

**3) דוגמה 2**

$$\int_0^2 \int_0^3 (x^2 + y) dy dx$$

**4) דוגמה 3**

$$\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$$

**5) דוגמה 4**

$$\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$$

**6) דוגמה 5**

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$$

**7) דוגמה 6**

$$\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$$

**8) דוגמה 7**

$$\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$$

**9) דוגמה 8**

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$$

**10) דוגמה 9**

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$$

**11) דוגמה 10**

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

**12) דוגמה 11**

**תשובות סופיות:**

39 (1)

108 (2)

18 (3)

13.33 (4)

$$\frac{2}{3} (5)$$

512 (6)

56.55 (7)

$$\frac{4c^3}{3} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) (8)$$

$$2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3} (9)$$

$$\frac{4aR^3}{3} 2\pi (10)$$

$$\frac{8\pi yR^3}{3} (11)$$

$$4\pi r^2 (12)$$

## קואורדינטות אלמנטיים דיפרנציאליים:

**שאלות:**

1) דוגמה-זווית בין וקטורים

נתונים שני וקטורי מיקום:

הוקטור הראשון,  $\vec{r}_1$ , נתון בקואורדינטות כדוריות כך ש:

$$r = 2m, \theta = 0^\circ, \varphi = 30^\circ$$

הוקטור השני,  $\vec{r}_2$ , נתון בקואורדינטות גליליות כך ש:

$$r = 1m, \theta = 120^\circ, z = 2m$$

א. חשב את אורךו של כל וקטור.

ב. חשב את הזווית בין הוקטוריים.

2) שטח מעגל

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס  $R$  (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

3) חישוב נפח גליל

חשב נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

**תשובות סופיות:**

$$\alpha = 48.5^\circ \quad \text{ב.} \quad |\vec{r}_1| = 2m, |\vec{r}_2| = \sqrt{5}m \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$S = \pi R^2 \quad (2)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (3)$$

**צפיפות:****שאלות:****1) דיסקה עם חור**

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$ ?
  - ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס  $r$ .
- מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

**תשובות סופיות:**

$$\text{ב. } M \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad (1)$$

## צפיפות אינפיטיסימלית:

**שאלות:**

1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$  כאשר  $x$  הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים:  $L, \lambda_0$  הם קבועים.

**תשובות סופיות:**

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

## חשבון דיפרנציאלי:

**שאלות:**

**1) נגזרת סתומה\*\***

נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

$$\text{ממצא את : } \frac{dy}{dx}$$

**2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות\*\***

נתונות קואורדינטות חדשות :  $r' = \frac{1}{r^2}, \theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר  $r$  ו-  $\theta$  הם הקואורדינטות הפולריות.

ממצא את גודלו של אלמנט אורך  $dl$  כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

**תשובות סופיות:**

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4} r'^{-3} dr'^2 + \frac{1}{r'} 4d\theta'^2 \quad (2)$$

# פיזיקה 1

## פרק 2 - וקטורים

### תוכן העניינים

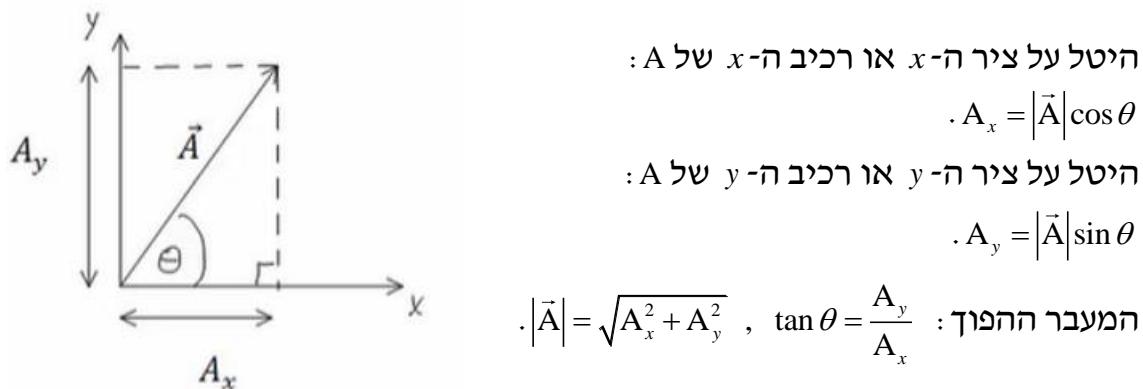
|          |                                 |
|----------|---------------------------------|
| 19 ..... | 1. הגדרות ופעולות בסיסיות       |
| 23 ..... | 2. מכפלה סקלרית                 |
| 28 ..... | 3. וקטור יחידה                  |
| 30 ..... | 4. -----                        |
| 32 ..... | 5. וקטור בשלושה מימדים          |
| 35 ..... | 6. מכפלה וקטוריית בשלושה מימדים |
| 37 ..... | 7. וקטורים קולינריים            |
| 38 ..... | 8. גרדיאנט ורוטור               |

## הגדירות ופעולות בסיסיות:

**רקע:**

הציג וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.  
הציג וקטור באמצעות רכיבי ה- $x$  וה- $y$  נקראת הצגה קרטזית.

**פירוק וקטור לריביבים:**



**כפל בסקלר:**

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

**שאלות:****(1) חיבור וחיסור בקרטזי**

- נתונים שלושה וקטוריים:  $\vec{A}(1,3)$ ,  $\vec{B}(4,2)$ ,  $\vec{C}(3,5)$ .
- חשבו את:  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ .
  - חשבו את:  $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$ .
  - חשבו את:  $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$ .

**(2) חיבור וקטוריים בפולרי**

נתונים שני וקטוריים בהצגה הפולרית:

- הוקטור  $\vec{A}$  שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  היא  $30^\circ$ .  
 הוקטור  $\vec{B}$  שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  היא  $60^\circ$ .  
 מצאו את  $\vec{A} + \vec{B}$ .

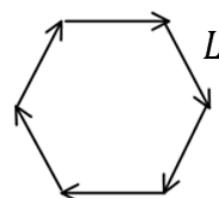
**(3) עוד חיבור בפולרי**

נתונים שני וקטוריים:

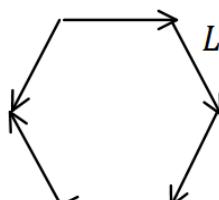
- הוקטור  $\vec{A}$  שגודלו 10 וכיונו  $30^\circ$ ,  
 הוקטור  $\vec{B}$  שגודלו לא ידוע וכיונו  $350^\circ$ .  
 מהו גודלו של הוקטור  $\vec{B}$  אם נתון שסכום הוקטוריים ניתן וקטור ללא  
 רכיב בציר ה- $y$ ?

**(4) משואה של וקטוריים**

- שישה וקטוריים בגודל  $L$  כל אחד יוצרים משואה שווה צלעות.  
 מצאו את הוקטור השකול (גודל וכיון) בכל אחד מהמקרים הבאים:  
 א.



ב.



**5) וקטור בין שתי נקודות**

הוקטור  $\vec{A}$  הוא וקטור מהנקודה  $(x_1, y_1, z_1)$  אל הנקודה  $(x_2, y_2, z_2)$ .  
רשות ביטוי לרכיבים של הוקטור וממצא את גודלו.

**6) חיבור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו-  $\vec{B}$ .  
גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא:  $\theta_A = 130^\circ$ .  
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא:  $\theta_B = 60^\circ$ .  
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{B} + \vec{A}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**7) חיסור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו-  $\vec{B}$ .  
גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא  $\theta_A = 130^\circ$ .  
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא  $\theta_B = 60^\circ$ .  
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{B} - \vec{A}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**8) מציאת אורך של שקל**

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.  
הזווית ביניהם היא 30 מעלות.  
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

**9) מציאת זווית בין שני וקטוריים**

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.  
אורך השקל שלהם הוא 20 מטר.  
מציאת הזווית בין הוקטוריים.

**תשובות סופיות:**

ג.  $(2, -8)$       ב.  $(-6, -4)$       א.  $(8, 10)$       **(1**

$(12.7, 11.9)$       **(2**

28.8      **(3**

$L \cdot 4 \cos(30)$       **(4**

$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$       **(5**

$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ$       **(6**

$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ$       **(7**

$|\vec{a}| = 14.6 \text{c.m}$       **(8**

$\theta = 60^\circ$       **(9**

## מכפלה סקלרית:

**רעיון:**

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - זווית בין הווקטורים.

**תכונות המכפלה:**

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפשר (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הווקטור בריבוע

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:

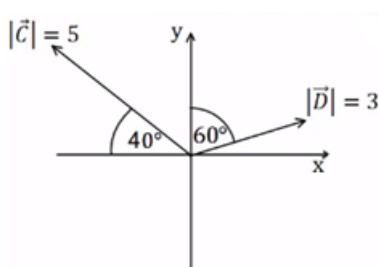
**שאלות:**

### 1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הווקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-1, 2), \vec{B} = (2, 2)$

ב.



**(2) דוגמה 2**

בדוק עבור זוגות הוקטוריים הבאים האם הם מאונכים:

א.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (-2, 5)$

ב.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (8, -2)$

ג.  $\vec{A} = (-1, -2)$ ,  $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטוריים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטוריים היא אכן  $90^\circ$ .

**(3) דוגמה 3**

נתונים הוקטוריים הבאים:  $\vec{A} = (-3, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות החצאות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקושינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

**(4) דוגמה 4**

נתונים הוקטוריים הבאים:  $\vec{A} = (-3, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של  $\vec{B} \cdot \vec{A}$  זהה לחישוב  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ .

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית.

(הדריכה: רשום את הוקטוריים בצורה כללית עם נעלמים).

**(5) דוגמה 5**

נתונים הוקטוריים הבאים:  $\vec{A} = (2, 1)$ ,  $\vec{B} = (-3, 2)$ ,  $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את:

א.  $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

**6) דוגמה 6**

נתונים הווקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$  .  
חשב את :

$$\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{B}}{|\vec{B}|^2} . \text{ א.}$$

$$\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{C}}{|\vec{C}|^2} . \text{ ב.}$$

**7) דוגמה 7**

נתונים הווקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$  .  
מצא את הזווית בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$  לבין  $\vec{B}$  ל-  $\vec{C}$ .

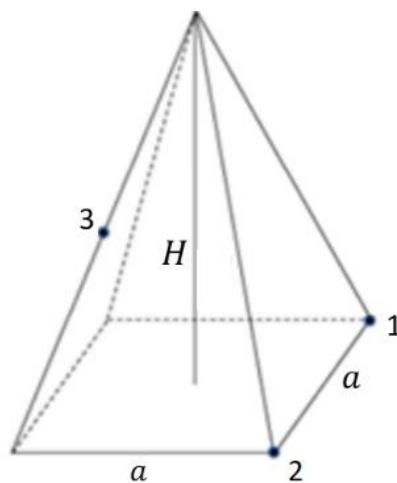
**8) פירמידה משוכללת\***

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבבסיסה ריבוע בעל אורך צלע  $a$  וגובהה  $H = 2a$  . נקודה 3 נמצאת במרכז הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגידיר שני ווקטורים :

הווקטור  $\vec{A}$  יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור  $\vec{B}$  יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



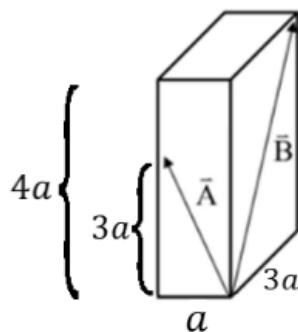
### 9) היטלים של וקטורים בתווך תיבת

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות :  $a$  ,  $3a$  ו-  $4a$  . נגידר שני וקטורים :  $\vec{A}$  ו-  $\vec{B}$  כמתואר באיור.

א. מהו היחס בין ההיטל של  $\vec{A}$  על הכיוון של  $\vec{B}$  (נסמןו -  $A_B$ ) להיטל של  $\vec{B}$

$$\text{על הכיוון של } \vec{A} (\text{נסמןו} - B_A), ? \quad \frac{A_B}{B_A}$$

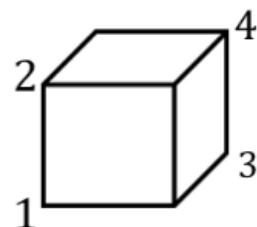
ב. חשבו את הזווית בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$  .



### 10) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה

נתונה קובייה בעלת אורך צלע  $a$  , ראו איור.

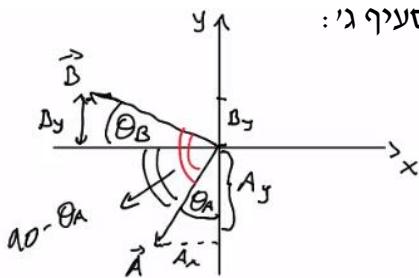
מהו היחס של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי  
הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



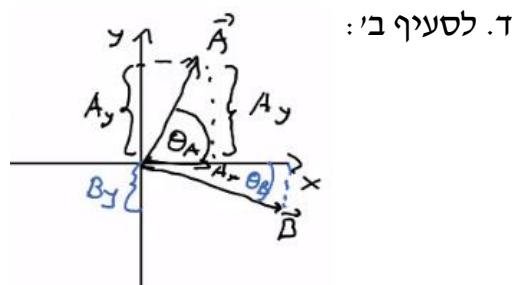
**תשובות סופיות:**

ב.  $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$  א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$  (1)

- ג. הוקטורים מאונכים.  
ב. הוקטורים מאונכים.  
א.  $\vec{A}$  לא מאונך ל-  $\vec{B}$ .



לסעיף ג':



ד. לסעיף ב':

.  $\theta_A = 26.57^\circ$ ,  $\theta_B = 26.57^\circ$  .  $\theta_A = 75.96^\circ$ ,  $\theta_B = 14.04^\circ$

ב.  $|\vec{B}| = \sqrt{20}$ ,  $\theta_B = -63.43^\circ$ ,  $|\vec{A}| = \sqrt{10}$ ,  $\theta_A = 161.57^\circ$  א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$  (3)

א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ .

- ב. שאלת הוכחה.  
א. שאלת הוכחה.

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$       ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$       א.  $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$  (5)

ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$  .      ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$  .      ט.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$  .

(ז)  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$  .

ב.  $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$       א.  $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left( \frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$  (6)

ז.  $\alpha_{\vec{B}\vec{C}} = 150.26^\circ$ ,  $\alpha_{\vec{A}\vec{B}} = 153.43^\circ$  (7)

ט.  $59^\circ$  (8)

ט.  $40.6^\circ$  .      א.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$  (9)

ט.  $-\frac{a}{\sqrt{3}}$  (10)

## וקטור ייחידה:

**רקע:**

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\vec{\mathbf{A}}|}$$

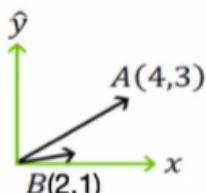
**שאלות:**

**1) דוגמה וקטור ייחידה**

מצא וקטורי ייחידה בכיוון של הווקטוריים הבאים :

א.  $\vec{\mathbf{A}} = (-2, -3)$

ב.  $\vec{\mathbf{B}} = (3, 4)$



**2) הטלת וקטור ייחידה על וקטור ייחידה**

נתון הווקטור  $\vec{\mathbf{A}}$  שבסרטוט.

א. מהו היטל הווקטור על ציר ה-  $x$  (וקטור ייחידה)?

ב. מהו היטל הווקטור על ציר ה-  $y$  (וקטור ייחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הווקטור על הווקטור  $\vec{\mathbf{B}} = (2, 1)$ .

ד. הסבר במילים את משמעותה של הטלה של וקטור על וקטור.

**3) וקטור בזמן**

נתון הווקטור  $\vec{\mathbf{A}}(t) = A_0 \sin(\theta) \mathbf{i} + A_0 \cos(\theta) \mathbf{j}$  במשור דז מימדי כך שה-  $t$  קבוע.

א. מצא את  $t$  כאשר  $\theta = \pi$  ו-  $A_0$  קבוע.

ב. מצא את  $\frac{d\vec{\mathbf{A}}}{dt}$ .

ג. מצא את  $\frac{d\vec{\mathbf{A}}^u}{dt}$

### תשובות סופיות:

$$\hat{\mathbf{B}} = (0.6, 0.8) \text{ . ב. } \hat{\mathbf{A}} = (-0.55, -0.83) \text{ . א. } \quad (1)$$

$$\text{ג. ראה סרטון} \quad \overset{\mathbf{I}}{\hat{\mathbf{A}}}_{\hat{y}} = (0, 3) \text{ . ב. } \overset{\mathbf{I}}{\hat{\mathbf{A}}}_{\hat{x}} = (4, 0) \text{ . א. } \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ . ב. } \mathbf{A}_x(t) = \frac{1}{2} \mathbf{A}_0 \sin 2t, \mathbf{A}_y(t) = \mathbf{A}_0 \sin^2 t \text{ . א. } \quad (3)$$

$$-\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y} \text{ . ג.}$$

## מכפלה וקטוריית בדו מימד:

**רקע:**

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

הערות:

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

$\alpha$  - זווית הקטנה בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$ .

**שאלות:**

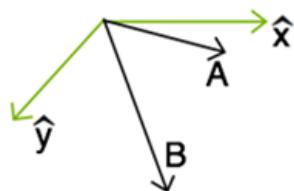
### 1) דוגמה-מכפלה וקטוריית

נתונים הווקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-4, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -3)$ .

א. חשב את  $\vec{B} \times \vec{A}$  באמצעות החצאות הקרטזיות הנתונות.  
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



### 2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשותוטו.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית 20 -  $\vec{A}$ .

גודל 15, זווית 60 -  $\vec{B}$ .

א. חשב  $B \cdot A$  (מכפלה סקלרית).

ב. חשב  $\vec{B} \times \vec{A}$  (מכפלה וקטוריית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

### תשובות סופיות:

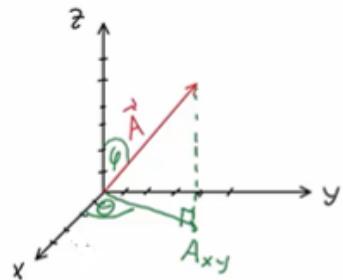
$$\text{. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10 \text{ וכנ } \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \text{ . } \text{ (1)}$$

$$\text{. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10 \text{ ג. } |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ \text{ ב.}$$

$$\text{. } \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \text{ ג. ראה סרטון. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \text{ א. } \text{ (2)}$$

## וקטור בשלושה ממדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור :

$$\cdot |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

פירוק לרכיבים :

$$\cdot A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$\cdot A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$\cdot A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$\cdot A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

**שאלות:****1) חישוב וקטור יחידה**נתון הווקטור:  $\vec{A}(2,3,4)$ .

א. מהו גודלו של הווקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הווקטור  $\vec{A}$ ?**2) חישוב גודל זווית בקרטזי**נתונים שני וקטורים:  $\vec{A}(1,5,10)$ ,  $\vec{B}(3,4,5)$ .

א. מהו גודלו של כל וקטור?

ב. מהי הזווית בין שני הווקטורים?

**3) מציאת שקל וזווית עם הצירים**שני כוחות נתוניים פועלים על גוף:  $\vec{A}(1,4,5)$ ,  $\vec{B}(3,6,7)$ .

א. מהו הכוח השקול?

ב. מהו גודלו של הכוח השקול?

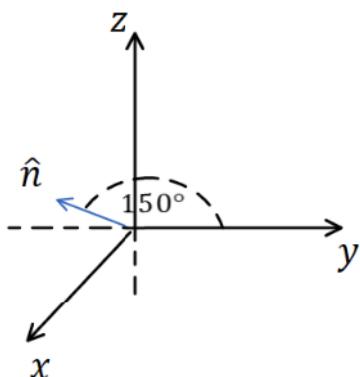
ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?

**4) וקטור בזווית 30° עם ציר Y - ספיר אפק מעבר**אילו מהו וקטוריים הבאים נמצא בזווית של  $30^\circ$  מכך?

$$\vec{A} = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

**5) היטל של A על 150° מעלה מכך y**נתון הווקטור:  $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$ .מהו ההיטל של הווקטור  $\vec{A}$  על ציר  $\hat{n}$ 

המצא במשור z-y וכיוונו החיובי

מסובב בזווית של  $150^\circ$  מכך y נגד  
כיוון השעון?

**6) שהסכום מאונך להפרש הוכח-** אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרש אזי אורכם שווה.

**7) מציאת וקטור מאונך נתוניים 2 וקטוריים :**  
 $\vec{A}(1,4,8)$ ,  $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$ .  
 מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

### תשובות סופיות:

$$\hat{A} = \left( \frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right) . \quad \text{ב.} \quad |A| = \sqrt{29} . \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\alpha = 23^\circ . \quad \text{ב.} \quad |\vec{A}| = \sqrt{126} , \quad |\vec{B}| = \sqrt{50} . \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\alpha = 75.63 , \beta = 51.67 , \gamma = 41.90 . \quad \text{ג.} \quad |C| = \sqrt{260} . \quad \text{ב.} \quad \vec{C} = (4, 10, 12) . \quad \text{א.} \quad (3)$$

הוקטור C. **(4)**

1.5 **(5)**

שאלת הוכחה. **(6)**

$$\vec{B} = \left( -4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right) \quad (7)$$

## מכפלה וקטוריית בשלושה מימדים:

**רקע:**

**שתי דרכי לבייצוע המכפלה:**

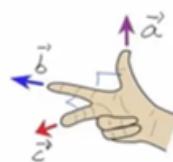
**דרך 1 – דטרמיננטה:**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

**דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד :**

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$

כיוון לפי כלל יד ימין –



**הערה:**

יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטוריים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטוריים – טעות).

**דרך נוספת:** כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ-*a* ל-*b* וההתוצאה בכיוון האgodל.

**שאלות:****1) מכפלה וקטורית**

נתונים הוקטוריים:  $\vec{A}(1,2)$ ,  $\vec{B}(1,-3)$ ,  $\vec{C}(-1,2,-2)$ ,  $\vec{D}(2,0,1)$ .

- .א. מצא את  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ .
- .ב. מצא את  $\vec{A} \times \vec{B}$ .
- .ג. מצא את  $\vec{C} \times \vec{D}$ .

**2) מקבילון**

נתונים הוקטוריים הבאים:  $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$ ,  $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$ ,  $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$   
מרכזים מהוקטוריים  $\vec{a}$  ו-  $\vec{b}$  מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד  
המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

- .א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.
- .ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.
- .ג. מצאו את שטח המקבילית.

.ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור  $\vec{c}$  למקבילית.  
חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

רמז: השתמש ב-  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

**תשובות סופיות:**

$$\vec{C} \times \vec{D} = 2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z} \quad \text{ג.} \qquad \vec{A} \times \vec{B} = -5\hat{z} \quad \text{ב.} \qquad \vec{A} \cdot \vec{B} = -5 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59} \text{ c.m}^2 \quad \text{ג.} \qquad |\vec{r}_1| = \sqrt{10}, \quad |\vec{r}_2| = \sqrt{30} \quad \text{ב.} \qquad \vec{r}_1 = (3, -1, 0) \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\tilde{h} = 0.13 \text{ c.m.} \quad \text{ד.}$$

## וקטוריים קולינריים:

**ركע:**

וקטוריים מקבילים ומתקיים הקשר  $\vec{A} = \alpha \vec{B}$  כאשר  $\alpha$  סקלר כלשהו.

**שאלות:**

**1) וקטוריים קולינריים**

עבור אילו ערכים של  $\alpha$  ו- $\beta$  הווקטוריים הבאים קולינריים  
(מצביים באותו כיוון)?

$$\vec{A} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + a\hat{j} - 2\beta\hat{k}$$

**2) מציאת וקטוריים מאונכים**

נתונים הווקטוריים הבאים :  $\vec{A}(A_x, 4)$  ,  $\vec{B}(6, B_y)$  ,  $\vec{C}(5, 8)$ .  
מצא את ערכי הווקטוריים כך שהוקטור A והוקטור B יהיו מאונכים לוקטור C.  
האם שני הווקטוריים שמצאת מקבילים?

**תשובות סופיות:**

$$\alpha = -\frac{9}{2}, \beta = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\vec{A} = \left( -\frac{32}{5}, 4 \right), \vec{B} = \left( 6, -\frac{30}{8} \right) \quad (2)$$

## גרדיינט ורוטור:

**רקע:**

**גרדיינט בקואורדינטות השונות:**

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות קרטזיות : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות גליליות : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות כדוריות (*) : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi}\cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\varphi}$$

(\*) שימושו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר  $x$ .

**רוטור (Rot/Curl) בקואורדינטות השונות:**

בקרטזיות :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (\*) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(\*) שימושו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר  $x$ .

**שאלות:****1) חישוב גרדיאנט**

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} : \text{נתונה פונקציית המיקום } f$$

חשב את הגרדיאנט של הפונקציה  $f$ .

**2) חישוב השיפוע בכיוון השונה**

חשב את גודל השיפוע של הפונקציה  $f(x, y) = 2x^2y$  בנקודה  $(1, 2)$ :

$$\hat{n} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) : \text{בכיוון:}$$

**תשובות סופיות:**

$$\vec{D}f = \frac{-xz\hat{x} - yz\hat{y} + (x^2 + y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}f \cdot \hat{n} = \frac{8}{\sqrt{2}} + -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

# פיזיקה 1

## פרק 3 - קינמטיקה

### תוכן העניינים

|   |    |
|---|----|
| 1. תנועה בקו ישר (מייד אחד)             | 40 |
| 2. תנועה במשור וזריקה משופעת (בליסטיקה) | 51 |
| 3. משוואת מסלול                         | 55 |
| 4. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיווס עקומות | 56 |
| 5. תרגילים נוספים                       | 59 |

## תנועה בקו ישר (מייד אחד):

**רקע:**

$$\text{מהירות רגעית} - v_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$\text{מהירות ממוצעת} - \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

$$\text{תאוצה רגעית} - a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$\text{תאוצה ממוצעת} - \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה -

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

**שאלות:****1) דני ודן רצים זה לקראת זו**

דני ודן רצים זה לקראת זו.

שניהם מתחילה לרוץ ממנוחה.

דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה ברכיבוע ודן בתאוצה של 1 מטר

לשנייה ברכיבוע.

המרחק ההתחלתי ביןיהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודן?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

**2) דני שכח את הפלאפון**

דני רץ בכו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.

ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.

באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מjosי.

josי מתחילה לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה ברכיבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ב. מתי מהירותו של josי שווה לו של דני? האם הוא מSIG את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למקומות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

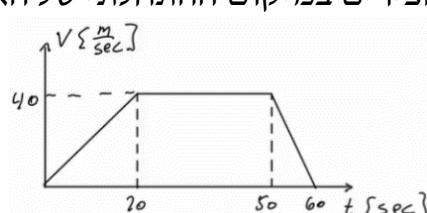
شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ד. מתי יSIG josי את דני? כמה מרחק עבר josי עד אז?

**3) גרף של מהירות אופנווע בזמן**

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנווע כתלות בזמן. האופנווע נע על קו ישר.

קבע את ראשית הציריים במקום ההתחלתי של האופנווע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנווע בכל אחד מקטעי התנועה.

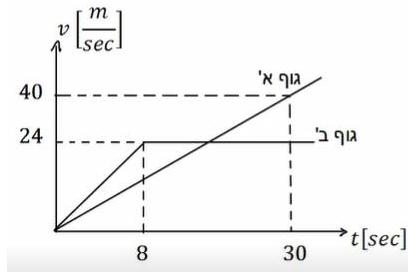
ב. מצא את תאוצת האופנווע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנווע ברגעים:  $t = 15$ ,  $40$ ,  $55$ ?  $t = ?$

ד. מצא את מקום האופנווע באותו רגעים של סעיף ג'.

**4) גרפ' מהירות של שני גופים**

בגרף הבא מתוארכות מהירויות של שני גופים כתלות בזמן.  
הנח שני הגוף נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

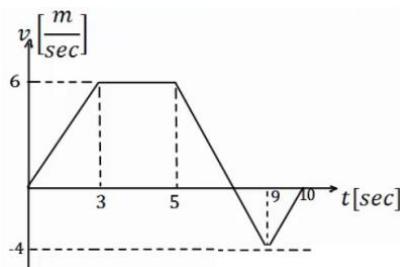


- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשם נוסחת מיקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגוף ברגעים:  $t = 3s$ ,  $24s$  וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגוף שווות?
- מתי מיקום שני הגוף זהה?

**5) תרגיל עם הכל**

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר.  
הנח שהגוף מתחילה את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

- תאר את התנועה של הגוף במילימטרים.
- شرط גרפ' של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
- מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?  
מהו מרחק זה?
- מהו המרחק הכללי שעבר הגוף?
- מהו העתק הכללי שעשה הגוף?
- מתי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
- מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6\text{ sec}$ ?
- מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
- شرط גרפ' של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



**6) תפוח עץ**

תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.

(הנח שההתפוח נופל ממנוחה והזנחה את התנגדות האוויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.

הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

**7) חסידה מביאה חבילה**

חסידה מרחתת במנוחה באוויר וمفילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

**8) דני זורק כדור מחלון גבואה**

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבואה). מהירות הcador ישר אחריו הזירה היא 20 מטר לשנייה.

סמן את כיוון הציר החיוויי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזירה.

א. רשום נוסחים מקום זמן ומהירות זמן עברו הcador.

ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכיהם של המיקום והמהירות ב-6  
השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הcador בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הcador בקרקע?

ה. חזר על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**9) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.

בחר ציר y שראשיתו בקרקע וכיונו החיוויי כלפי מעלה.

א. רשום את פונקציית המיקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.

ב. עורך טבלה של מהירותו ומיומו בזמן:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$ .

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**10) כדור נזרק מלמعلת וגוף נזרק מלמיטה**

כדור נזרק כלפי מטה מרأس בניין שגובהו 80 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה.

באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתי הבניין כלפי מעלה.

מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.

א. רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל הגוף.

ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?

ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגוף אחד ליד השני?

ד. רשום נוסחת מהירות-זמן לכל הגוף.

ה. מה תהיה מהירות כל הגוף ברגע המפגש?

ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל הגוף?

ז. שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום-זמן לכל הגוף.

**11) מהירות בנקודת של פולינום**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי :  $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$

כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

א. מצאו את מהירות כתלות בזמן.

ב.מתי הגוף נעצר?

**12) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת**

מיקומו של הגוף הנע בקו ישר נתון לפי :  $x(t) = 32te^{-t}$ .

א. מצא את הזמן בו הגוף נעצר.

ב. מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

**13) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת ותאוצה**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי :  $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$

כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

א. מצאו את מהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.

ב. מהו המרחק המקסימלי אליו הגיע הגוף?

ג. מהי תאוצת הגוף?

**14) תאוצה מפוצלת**

גוף נקודתי מתחילה לנوع מנוחה ו נע בקו ישר.

$$\cdot \cdot a(t) = \begin{cases} t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3[\text{sec}] \\ 5 - t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t [\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלוי בזמן ונתונה לפי :

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עצר.

א. מהי מהירות הגוף בזמן?

ב. מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?

ג.מתי עצר הגוף?

ד. איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

**15) מהירות מינימלית**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי :  $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$

כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

א. מהן היחידות של  $\gamma$  ,  $\beta$  ,  $\alpha$  ?

ב. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$  ?

ג. מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.

ד. מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.

ה. חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים בבעיה ומצאו מה התנאי שצרכיים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

**16) ילד זורק כדור בקפיצה\***

ילד מנסה לזרוק כדור לתקраה של הכיתה אך איןו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחן בניסיונו של הילד הציע לו שיזורק את הcador תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הcador אם הילד קופץ ומיד זורק את הcador כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא  $v_1$  ומהירות

הזריקה של הcador  $v_2$  ביחס לילד היא אותו הדבר.

הניחו שזריקת הcador לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את העתק של הילד ושל הcador כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הcador.

**17) זמן מינימלי לסיים מסלול\***

מכוניות יכולה להאיץ לפחות ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניע שקצב ההאצה קבוע. אותה מכוניות יכולה לבולום בקצב של 0.5g מהו הזמן המינימלי לעبور מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצרה מוחלטת? (רמז : השתמש בגרף מהירות זמן).

**18) כמה זמן הרכבת נסעה ב מהירות קבועה\***

רכבת יוצאת מישוב'A אל יישוב'B.  
 בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.  
 בשליש השני של הדרך הרכבת נסעת ב מהירות קבועה.  
 בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצרתה ביישוב'B.  
 זמן הנסעה הכלול הוא T.  
 כמה זמן נסעה הרכבת ב מהירות קבועה?

**19) אדם משחרר כדור מتوز מעליית\***

מעלית עולה מגובה הקרקע ב מהירות קבועה.  
 בזמן  $T_1$ , אדם הנמצא ב מעלית משחרר כדור מتوز דרך חור שברצפת המעלית.  
 הכדור מגיעה לקרקע בעבר  $T_2$  שניות.  
 מצאו את גובה המעלית  $h$  בזמן  $T_1$ .  
 נתונים  $T_1$  ו-  $T_2$ .

**20) מהירות כפונקציה של מיקום\*\***

גוף נע בכיוון חיובי של ציר ה- $x$  כך שהמהירותו נתונה לפי :  $x = C\sqrt{t}$   
 כאשר  $C > 0$ . בזמן  $t=0$  החלקיק נמצא ב- $x=0$ .  
 א. מה היחידות של  $C$ ?

- ב. מצא את המהירות וההתאוצה כפונקציה של הזמן.  
 ג. מצא את המהירות המומוצעת בזמן שהחלקיק עבר דרך S.

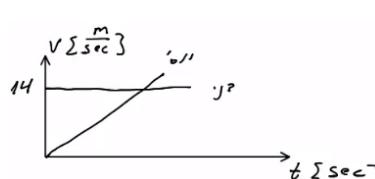
**21) טור טיפולו למיקום עצם\*\***

נתן לתאר את מיקום עצם בעזרת המשוואה :  $f(t) = 5 - 2t^2 + t$   
 א. מצאו טור טיפולו סביר  $t=0$  עבור מיקום העצם.  
 ב. מה המשמעות הפיזיקלית של המקדמים שהציבתם בטור ?  $(f''(t)f'(t))$

**תשובות סופיות:**

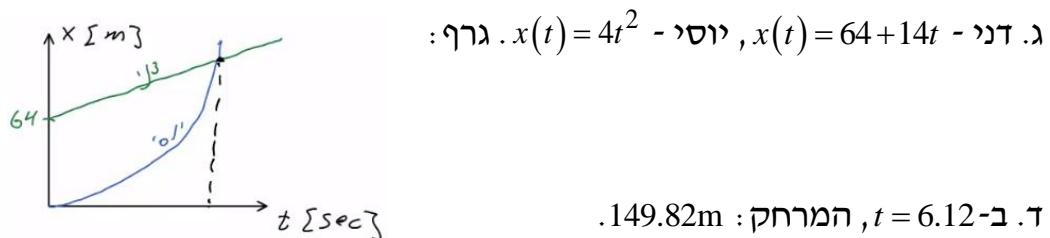
1) א. הזמן:  $t = 8.16 \text{ sec}$ , המיקום:  $16.65 \text{ m}$

$$V_{\text{Dana}}(t=8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V_{\text{Dani}}(t=8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$



2) א. דני -  $V(t) = 8t$ , יוסי -  $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב.  $t = 1.75 \text{ sec}$ , לא.



ג. דני -  $x(t) = 4t^2$ , יוסי -  $x(t) = 64 + 14t$

ד. ב- $t = 6.12 \text{ sec}$ , המרחק:  $149.82 \text{ m}$

3) א. כאשר  $0 \leq t \leq 20$  (חלק I), התאוצה קבועה וקבועה, והמיקום הולך ונגדל.

כasher  $20 \leq t \leq 50$  (חלק II), מהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.

כasher  $50 \leq t \leq 60$  (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases}$$

$$V(t=15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$x(t=15) = 225 \text{ m}, x(t=40) = 1,200 \text{ m}, x(t=55) = 1,750 \text{ m}$$

4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר  $8 \leq t < 0$ , כמו גוף א'. כאשר  $t > 8$ ,

תנועה ב מהירות קבועה בכיוון חיובי.

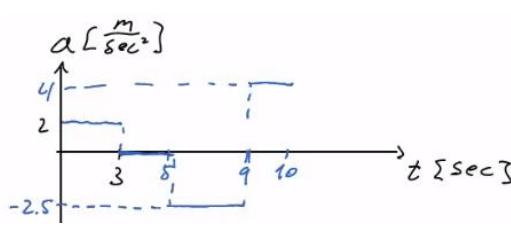
$$\text{ב. גוף א': } \frac{2}{3}t^2, \text{ גוף ב': } \text{כאשר } 0 \leq t \leq 8, \text{ כמו גוף א'}$$

$$\text{כאשר } t \infty, x(t) = 96 + 24(t-8), 8 \leq t \leq \infty$$

$$\text{ג. כ-} \Delta x(t=24) = 96 \text{ m, וכש-} \Delta x(t=3) = 7.5 \text{ m. גוף ב' מקדים את א'}$$

$$\text{ה. כ-} t = 31.42 \text{ sec}, \text{ ג. כ-} t = 18 \text{ sec}$$

- 5) א. כאשר  $0 \leq t \leq 3$  (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $3 \leq t \leq 5$  (חלק II), תנואה ב מהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $5 \leq t \leq 9$  (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.  
 תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, אז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.  
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילה לחזור בכיוון הנגדי.  
 כאשר  $9 \leq t \leq 10$ , תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



ג'. גרף:  $a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$

ה.  $\Delta x = 23\text{m}$

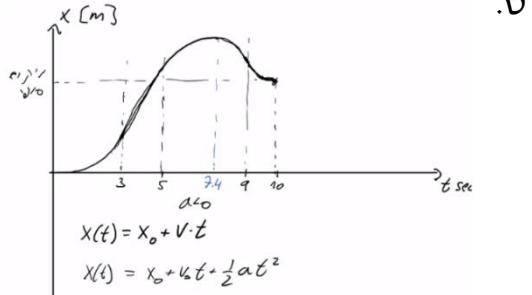
ד.  $S = 33.4\text{m}$

. ז.  $28.2\text{m}$ : המרחק:  $7.4\text{sec}$

ט.  $t = 3.5\text{ sec}$

ו.  $\Delta x = x(t=6) - x(t=0) = 25.75\text{m}$

ז.  $\bar{V} = 2.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$



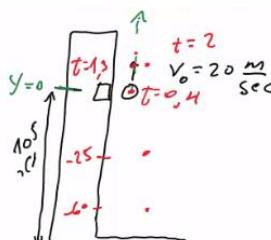
א.  $V_F \approx 16.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ב.  $17.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  (6)

ב.  $40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ב.  $80\text{m}$  (7)

א. מקום-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$ ,  $y(t) = 20t - 5t^2$  (8)

ט.  $7\text{sec}$

ג.



| זמן (שניות) | מקום (מטר) | מהירות (מטר לשנייה) |
|-------------|------------|---------------------|
| 1           | 15         | 10                  |
| 2           | 20         | 0                   |
| 3           | 15         | -10                 |
| 4           | 0          | -20                 |
| 5           | -25        | -30                 |
| 6           | -60        | -40                 |

ה. (א) מקום-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$ . מהירות-זמן:  $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$

ט.  $7\text{sec}$

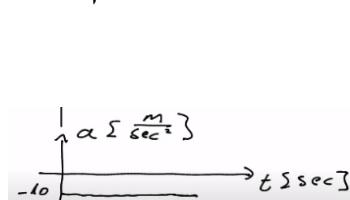
9 א. מיקום-זמן :  $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$  , מהירות-זמן :  $v(t) = 30 - 10t$

תאוצה-זמן :  $a = -10$

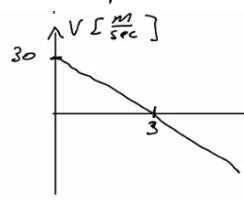
ב.

| זמן<br>(שניות) | מקום<br>(מטר) | מהירות<br>(מטר לשנייה) |
|----------------|---------------|------------------------|
| 0              | 40            | 30                     |
| 1              | 65            | 20                     |
| 2              | 80            | 10                     |
| 3              | 85            | 0                      |
| 4              | 80            | -10                    |
| 5              | 65            | -20                    |

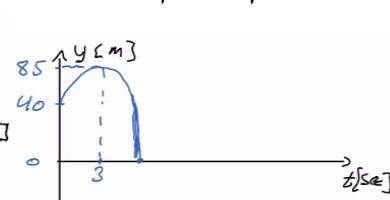
תאוצה-זמן :



מהירות-זמן :



מיקום-זמן :



10 א. גורף 1 - כדור :  $y_1(t) = 40t - 5t^2$  , גורף 2 - ריבוע :  $y_2(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$

ב.  $v_1(t) = 15 - 10t$

ג. גורף 1 : 47.74m

ד. גורף 2 : בדיקת גובהו.

ה. גורף 1 :  $25.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

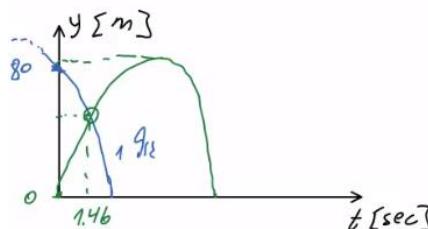
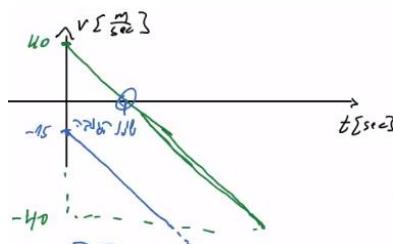
גורף 2 :  $v_2(t) = 40 - 10t$

ו. גורף 1 :  $-29.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

גורף 2 :  $-42.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

מהירות-זמן :

ז. מיקום-זמן : (גורף 1 בכחול, גורף 2 בירוק)



ט =  $\sqrt{2}$  sec . ב.

v =  $6t^2 - 12$  . נ (11)

ז.  $x(t=1) = \frac{32}{e}$

t = 1 sec . נ (12)

a = -12t . ג

X max = 7m . ב. v(t) = -6t^2 + 6 , t = 1 sec . נ (13)

$$V_{\max} = 6.5 \frac{m}{sec} . \text{ג}$$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left( \frac{m}{sec} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left( 5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left( \frac{m}{sec} \right) & 3 \leq t \end{cases} . \text{א (14)}$$

$$\Delta x \approx 31.79m . \text{ט} \quad t_2 \approx 8.61 . \text{ג}$$

$$\gamma . \text{ג} \quad 0 . \text{ב} \quad [\alpha] = \frac{m}{sec^3} , \quad [\beta] = \frac{m}{sec^2} , \quad [\gamma] = \frac{m}{sec} . \text{א (15)}$$

$$-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma , \quad \alpha > 0 . \text{ה} \quad -2\beta . \text{ט}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0 : \text{כדו} , \quad \frac{v_1^2}{2g} : \text{ב. יד} \quad \text{המירה צודק} \quad \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} . \text{א (16)}$$

$$T \approx 58sec \text{ (17)}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \text{ (18)}$$

$$h = \frac{g T_2^2}{2 \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \text{ (19)}$$

$$\bar{V} = \frac{C}{2} (S)^{\frac{1}{2}} . \text{ג} \quad V_x = \frac{C^2}{2} t , \quad a_x = \frac{C^2}{2} . \text{ב} \quad C = m^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1} . \text{א (20)}$$

$$f''(t=0) = a , f'(0) = V_0 . \text{ב} \quad f(t) = 5 + 1 \cdot t + \frac{(-4)}{2} t^2 . \text{א (21)}$$

## תנועה במשור וזריקה משופעת:

**רקע:**

.  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  - וקטור המיקום

.  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  - וקטור ההעתק

.  $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$  - (velocity) וקטור המהירות ממוצעת

.  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  - (velocity) וקטור המהירות הרגעית

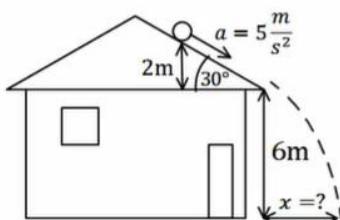
.  $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$  - (acceleration) וקטור התאוצה ממוצעת

.  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$  - (acceleration) וקטור התאוצה הרגעית

. גודל המהירות (Speed)  $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$ , כאשר S זה הדרך.

**שאלות:****1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ**

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזרועה שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?

**2) כדור מתגלגל מגג משופע**

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחילה תנועתו מנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת אופק. נתון כי תאוצה הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

**3) תנועת כדור עם רוח נגדית**

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצה הגוף).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

**4) מסירה בפוטבול**

במשחק הפוטבול הרizo האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחkon הקבוצה הנמצאת 15 מטרים קדימה מהרכzo האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומנחיל להאיז בתאוצה קבועה.

מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיק בגובה בו הוא נזרק?

אם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

**5) דוגמה מהירות ממוצעת**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא :  $\vec{r}(t) = 3t^2 x + (2t+1) y$ .  
מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

**6) דוגמה - מהירות רגעית**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא :  $\vec{r}(t) = 3t^3 x + (4t-5) y$ .

- מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.
- מהי מהירות הגוף ב- $t=2$ ?

**7) דוגמה - תאוצה**

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא :  $\vec{v}(t) = 2t^3 x + (6t-5) y$ .

- מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.
- מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

**8) דרך והעתק**

מיקומו של גוף לפי הזמן נתנו לפי :  $\vec{r}(t) = 2t^3 x + (t^3 - 2) y$ .

- מצא את המהירות הרגעית (velocity) וההתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.
- מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.
- מצא את הדרך שעה הגוף בחמש השניות הראשונות.
- מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.
- מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

**תשובות סופיות:**

3.78m **(1)**

4.49m **(2)**

32.01m **ב.**  $x = 24.28\text{m}$ ,  $y = 8.28\text{m}$ ,  $V_x = 10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_y = -5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . **א.**  $x_{\max} = 32.01$  **ד.**  $10\text{m}$ . **ג.**

$a = 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$  **א.** **ב.** יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשבייל להגיע لنקודה הזאת בדיזוק יחד עם הcador.

$\vec{V} = (15, 2)$  **(5)**

$\vec{V}(t=2) = (36, 4)$  **ב.**  $\vec{V} = 9t^2\hat{x} + 4\hat{y}$  **א.** **ג.**

$\vec{a} = 50\hat{x} + 6\hat{y}$  **ב.**  $\vec{a}(t) = 6t^2\hat{x} + 6\hat{y}$  **א.** **ג.**

$S \approx 279.5\text{m}$  **ג.**  $|\vec{V}| = \sqrt{45t^2}$  **ב.**  $\vec{V}_{(t)} = 6t^2\hat{x} + 3t^2\hat{y}$  **א.** **ד.**

$|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  **ה.**  $\vec{V} = 50\hat{x} + 25\hat{y}$  **ג.**

## משוואת מסלול:

**רקע:**

משוואת המטארת את  $y(x)$ .

**שאלות:**

### 1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור

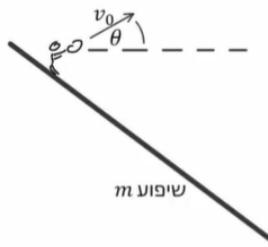
$$\text{המסלול הבא: } x(t) = \sqrt{3+t^2}, \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}.$$

הנח ש- $x$  ו- $y$  תמיד חיוביים.

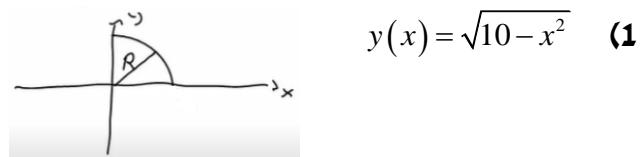
### 2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע  $m$ , איתי זורק כדור כלפיו מורד המישור ב מהירות התחלה  $v_0$  ו לזווית  $\theta$  ביחס לאופק.

- א. מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של איתי).
- ב. מהי הזווית  $\theta$  עבורה מרחק זה יהיה מקסימלי?



**תשובות סופיות:**



$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.} \quad (2)$$

## תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקומות:

**רקע:**

$$\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

$$|a_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

תאוצה נורמלית:  $|\vec{a}_n| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$ ,  $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

רדיוס עקומות:  $R = \frac{v^2}{a_n}$ .

**שאלות:**

**1) תאוצה משיקית ונורמללית**

مיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי:  $y(t) = (1-t)^2$ ,  $x(t) = 2t^2$

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצאמתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא:  $\frac{\text{m}}{\text{sec}} = 6$ .

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמללית ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

**2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיון**

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה:  $\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4tx - 5t^2 \hat{z}$

א. חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.

ב. חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.

ד. חשב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

ה. חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.

ו. חשב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

**(3) תאוצה משיקית ונורמללית בциקלואידת**

המסלול שמשרטטת נקודה על הhipkuf של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\hat{y} = (R \sin \omega t + R \omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y} \quad \text{רמות קבועים נתונים.}$$

- א. חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- ב. מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- $y$ ) ואת הרגע בו הגובה מינימלי (קיים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורת, רשום בצהורה כללית).
- ג. מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- ד. חשב את התאוצה המשיקית והנורמללית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- ה. חשב את התאוצה המשיקית והנורמללית ברגע שבו רכיב ה- $x$  של המהירות מתאפס.

**(4) חרוץ נע על טבעת אליפטית**

חרוץ נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיוקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:

$$\hat{y} = a \cos(\omega t) \hat{x} + b \sin(\omega t) \hat{y} \quad \text{רמות קבועים נתונים.}$$

- א. מצא את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
  - ב. מצא את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
  - ג. כאשר  $|a| = |b|$  האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות משנה התנועה גדול, קטן, לעיתים גדול ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

**תשובות סופיות:**

$$\vec{r} = (4.38, 0.23) \text{ . ב } \quad t = 0.2 \text{ sec . נ } \quad (1)$$

$$\vec{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \vec{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ . ג }$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = 2\hat{x} - 10\hat{z} \text{ . ב } \quad \vec{V}_{(t)} = \dot{\vec{r}} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \text{ . נ } \quad (2)$$

$$|a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}} \text{ . ט} \quad |a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \text{ . ז}$$

$$\vec{a} = \frac{4}{13t^2 + 2}(1, -13t, -5) \text{ . י} \quad \vec{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4}(t, 2, -5t) \text{ . ה}$$

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega) \hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t)) \hat{y} \text{ . נ } \quad (3)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 R \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t) \hat{y} \text{ . ג} \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \text{ . ב}$$

ה. אי אפשר להגדיר.  $\vec{a}_t = 0, \vec{a}_n = \vec{a} = -\omega^2 R \hat{y} \text{ . ט}$

$$a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}} \text{ . נ } \quad (4)$$

$$a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left( -\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)} \text{ . ב}$$

ג. הגודל נשאר קבוע.  $|\vec{V}| = \text{const.}$

## תרגילים נוספים:

**שאלות:**

**1) גודל מהירות מינימלי**

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי:  $\vec{r}(t) = 2t^2 \hat{i} - 6j + (t-5)^2 k$ .

- מהו וקטור מהירות הגוף כתלות בזמן?
- מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?
- מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא:  $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ?

**2) וקטורים בזירה משופעת**

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלה  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לציר ה- $x$ .

- מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.
- מצאו את וקטור מהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשבו את הזווית בין וקטור המהירות ווקטור התאוצה כתלות בזמן.

**3) וקטור מיקום ומסלול**

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $xy$  נתון לפי:  $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t) \hat{x} + B \cos(\omega t) \hat{y}$ .

- מצאו את וקטור מהירות וה타וצה של הגוף.
- חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$ .
- הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את  $(x, y)$ .

**4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע**

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $y-x$  נתון לפי:  $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2) \hat{x} + B \cos(\alpha t^2) \hat{y}$ .

- מצאו את וקטור מהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את  $(x, y)$ .
- מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

**5) רובין הוד יורה ותופס חץ**

רובין הוד יורה חץ ב מהירות  $v_0$  ו זווית  $\theta$  ביחס לקרקע .  
 ברגע שחרור החץ מתחילה רובין הוד לזרוץ בקו ישר ובתאוצה  $a(t) = Ae^{-kt}$ .  
 רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעהו לקרקע .  
 מצאו משווהה עם הפרמטרים  $A$  ,  $\theta$  ,  $v_0$  והמשתנה  $k$  ממנו ניתן לחוץ את  $k$  כך שרובין יוכל לפתור את המשווהה .

**6) תנועה במעגל\***

גוף נקודתי נעה במשור אופקי  $xy$  .

בזמן  $t=0$  מהירות הגוף הייתה :  $\frac{m}{sec} \hat{r}(0)=5\hat{j} m$  יחד עם וקטור המצב :  
 תאוצה הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא :  

$$\ddot{r}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{m}{sec^2}$$
  
 א. מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן .  
 ב. מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן .  
 ג. מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן .  
 ד. מצא את משווהת המסלול של הגוף .

**7) תנועה על אליפסה\***

מיקום של גוף נקודתי נתון במשווהה :  $\hat{r}(t) = 4\sin(\pi t)\hat{i} + 3\cos(\pi t)\hat{j}$  (המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- א. מצא את משווהת המסלול של הגוף .
- ב. מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים .
- ג. מצא את תאוצה התנועה והראה שהיא מכונה כלי ראשית הצירים .
- ד. מצא באיזה רגע זמן גודל התאוצה הוא :  $\frac{v^2}{r}$  .
- ה. חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים .  
 כמה פעמים, במשך מהזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מראשית?

**8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט**

נתון וקטור  $r$  של חלקיק מסויים:  $\vec{r} = (8t, -5t^2)$ .

- מהו רכיב ה- $x$  של הווקטור בזמן?
- מהו רכיב ה- $y$  של הווקטור בזמן?
- מהי מהירותו בציר  $x$ ?
- מהי מהירותו בציר  $y$ ?
- האם מהירות אלות קבועות בזמן?
- מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

**9) גזירת מיקום למציאת מהירות**

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור  $r$ :  $\vec{r} = 5\sin(\pi t) \mathbf{i} + 4t^3 + t^2 \mathbf{j} + 8e^t \mathbf{k}$ .

- מצאו את וקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$ ?

**10) העתק לפי גזירה**

וקטור  $r$  מתאר מיקומו של חלקיק בזמן:  $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$ .

- מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 0$ ?
- מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 5$ ?
- מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- מהי מהירות החלקיק בזמן  $t = 5$  (ב>Showcase גודל וכיוון)?

**תשובות סופיות:**

$$t_{\min} = 1 \text{ sec} \quad \text{ג.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\left( \frac{y}{B} \right)^2 + \left( \frac{x}{A} \right)^2 = 1 \quad \text{ט. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$, \vec{v} = A \cos(\omega t^2) 2\omega t \cdot \hat{x} - B \sin(\omega t^2) (2\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\vec{a} = \left[ -A \sin(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega A \cos(\omega t^2) \right] \hat{x} - \left[ B \cos(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega B \sin(\omega t^2) \right] \hat{y}$$

$$\text{ג. אין הבדל} \quad \left( \frac{y}{B} \right)^2 + \left( \frac{x}{A} \right)^2 = 1 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left( e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ט.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.} \quad \left( \frac{x}{4} \right)^2 + \left( \frac{y}{3} \right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3 \quad \text{ט.} \quad t_1 = \frac{1}{4} \text{ sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{ sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{ sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{ sec} \quad \text{ט.}$$

$$v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ט.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad (8)$$

ה. מהירות על  $x$  קבועה בזמן, מהירות על  $y$  לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ט.}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t) \hat{i} + 12t^2 + 2t \hat{j} + 8e^t \hat{k} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi) \hat{i} + 4 \cdot 2^3 + 2^2 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} = 5\pi \hat{i} + 36 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} \quad \text{ב.}$$

$$|\vec{r}_{t=5} - \vec{r}_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ט.}$$

# פיזיקה 1

## פרק 4 - תנועה יחסית

### תוכן העניינים

|   |    |
|---|----|
| 1. הסבר על טרנספורמציה גליליי .....               | 63 |
| 2. שיטה שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטוריים ..... | 68 |
| 3. מהירות יחסית בכיוון הזרפה (מד ליזר) .....      | 70 |

## טרנספורמציה גלילי:

**רקע:**

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

**שאלות:**

**1) כלב קופץ בתוך רכבת**

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות  $\frac{m}{sec}$  8 ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל-  $\frac{m}{sec}$  3. מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

**2) מדרגות נעות**

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בchnerות, הוא מגיע לקומת הרצואה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקות והאדם צריך לעלות אותו ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא יכולתו שלו, הוא מצליח להגיע לקומת הרצואה תוך 80 שניות. לעומת זאת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מצליח לרדת בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומת הרצואה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומת המקורית במדרגות העולות (אליה הוא עלה קודם).

אם הוא יכול להצליח בכך?

אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומת המקורית?

**(3) כדור נזרק במעלה**

- מרצפת מעלה הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה ב מהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עץ, המחבר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העץ מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למיטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- מהו הזמן התנועה של הכדור מרגע הזירקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?
  - מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
  - חווררים על הניסוי, אבל כתת המעלית נעה (מלפנים זריקת הכדור) ב מהירות קבועה כלפי מעלה של  $\frac{m}{sec}$ . הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו הזמן התנועה של הכדור מרגע הזירקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
  - מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
  - מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**(4) כדור נזרק במעלה מאיצה**

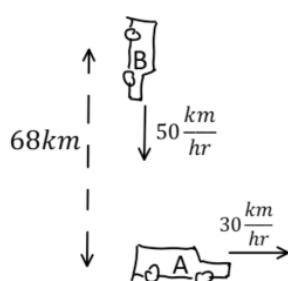
- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $\frac{m}{sec^2}$ .
- ברגע שמהירות המעלית היא  $\frac{m}{sec}$  נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה ב מהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עץ המחבר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העץ מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למיטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?
  - מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
  - מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
  - מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס**

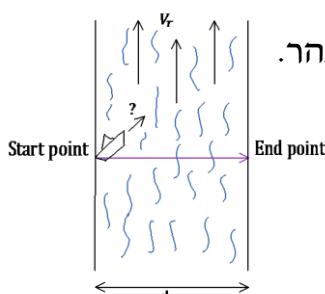
- מכונית נוסעת ב מהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- $x$ . אוטובוס נוסע ב מהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- $x$ .
- מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.
  - מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

**6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשייה טכניון**

סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אונכית ב מהירות קבועה  $v_0 = 6 \frac{m}{sec}$ . נסמן ב-  $t = 0$  את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע  $t_1 = 3 \text{ sec}$  הסטודנטית נזרקה אבן ב מהירות  $v_1 = 8 \frac{m}{sec}$ , אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

**7) מרחק מינימלי בין מכוניות**

צופה הנמצא ברכב A יוציא מנוקודה מסוימת בכיוון מזרח ב מהירות  $30 \text{ km/hr}$ . באותו הזמןרכב B י יצא מרחק  $68 \text{ km}$  צפונית לנוקודה יציאתו של רכב A ונוסע דרומה ב מהירות של  $50 \text{ km/hr}$ , כמתואר באור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן.  
ב. מצאו תוקן כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי.  
ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

**8) סירה בנהר**

נהר זורם צפונה ב מהירות  $V_r$ . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא  $V_{br}$  יחסית לנهر. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית לבדוק מזrichtה לנוקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר  $d$ .  
א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה?  
ב. מה מהירות הסירה ייחסית לאדמה?  
ג. כמה זמן תארך דרכו?

**9) אונייה שטה מערבה וצופה באונייה נוספת**

אוניה A השטה מערבה ב מהירות  $30 \text{ km/hr}$  נראית אונייה B כאילו היא שטה בדיק צפונה. כאשר אונייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל- $-10 \text{ km/hr}$  (באותנו הכיוון) נראית ממנה אונייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של  $42^\circ$  מעלות מערבית לצפון.  
מהו גודלה וכיוונה של מהירות אונייה B ביחס לקרקע?

**10) זווית פגיעה של גשם במכונית**

נаг הנושא במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השימוש הצדדי של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנד לכיוון הנסיעה.

נаг אחר הנושא במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.  
מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**11) זווית בין מהירות**

שני קליעים נורים ברגע  $t = 0$ . מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1(0) &= -\mathbf{i} + 4\mathbf{j}, \quad \mathbf{v}_2(0) = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}, \\ \mathbf{r}_1(0) &= 0, \quad \mathbf{r}_2(0) = \mathbf{i} + \mathbf{j}. \end{aligned}$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של  $\mathbf{a} = -3\mathbf{i} + \mathbf{j}$ .

היחידות הן MKS.  
א. מצא את  $\mathbf{r}_1(t)$ ,  $\mathbf{r}_2(t)$ .

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין  $\mathbf{v}_1$  ל-  $\mathbf{v}_2$  ברגע  $t = 3$ .

**12) מציאת מהירות בין מערכות**

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי :

$$\mathbf{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3).$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיומו בכל רגע הוא :

$$\mathbf{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5).$$

- א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A,  $\dot{\mathbf{V}}_{AB}$ .  
ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

**תשובות סופיות:**

$$25.7 \text{ m} \quad (1)$$

$$\text{ב. לא} \quad t = 30.8 \text{ sec} \quad (2)$$

$$S=5.72 \text{ m} \quad (1) \quad t = 1.36 \text{ sec} \quad (2) \quad S = 2.62 \text{ m} \quad (3)$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1) \quad S=4.46 \text{ m} \quad (2) \quad S=1.76 \text{ m} \quad (3) \quad t = 0.96 \text{ sec} \quad (4)$$

$$\theta_2' = 148^\circ \quad (1) \quad v_2' = \left( -24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad (2)$$

$$2.6 \text{ sec} \quad (6)$$

$$t = 1 \text{ hr}, \quad |r_{B,A}| = 35 \text{ km} \quad (1) \quad |r_{B,A}| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad (2)$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad (1) \quad V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad (2) \quad \sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad (3)$$

$$V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}, \alpha \approx 36.5^\circ \quad (4)$$

$$(5) \text{ מהירות: } V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \text{ גודל וכיוון: ראה סרטון.}$$

$$r_1(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, \quad r_2(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad (6)$$

$$\alpha = 13.82^\circ \quad (1) \quad |r_{1,2}| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad (2)$$

$$\text{ב. חוכחה.} \quad (1, -2, 0) \quad (7)$$

## שיטת שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

שאלות:

**1) שיטה שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה**

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחית 15 קמ''ש רואה את אונייה B שטה ב מהירות 20 קמ''ש ובכיוון 60 מעלות צפוןית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

**2) סירה בנהר פתרון בשיטה השנייה**

נהר זורם צפונה ב מהירות  $v_r$ .

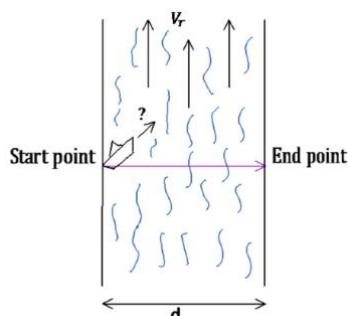
יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא  $v_{br}$  יחסית לנهر.

יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית לבדוק מזרחית لنקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשימים וקטוריים ובו :

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר ביחס לקרקע ו מהירות הסירה ביחס לנهر.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנهر.



**3) מטוס נראה משתי רכבות**

צופה הנמצא ברכבת הינה מזרחית ב מהירות של 50 קמ''ש רואה מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הינה מערב ב מהירות של 100 קמ''ש רואה את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשימים וקטוריים ובו :

מהירות הצלפים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשימים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**4) רכב רואה רכב רואה רכב**

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה ב מהירות  $v_{BA}$ .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית  $\alpha$  מהצפון וב מהירות  $v_{CB}$ .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרחי בזווית  $\beta$  מן הצפון וב מהירות  $v_A$ .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

**5) שני דאונים**

שני דאונים טסים באותוגובה.

באזור טיסתם קיים זרם אוויר ב מהירות 40 קמ"ש ובכוון של 30 מעלות

מזרחה מהצפון.

דאון 1 טס ביחס לזרם ב מהירות 30 קמ"ש ובכוון צפון.

דאון 2 טס ביחס לקרקע ב מהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.

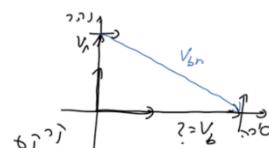
בנוסף הטיס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.

מצאו את גודל וכיוון מהירות הדאונים ביחס לקרקע.

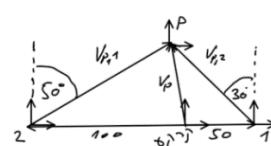
**תשובות סופיות:**

**1)** 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

$$\text{ב. } \theta = \text{shift} \sin\left(\frac{V_r}{V_{br}}\right) \quad \text{א. } (2)$$



**ב.** 84.98 קמ"ש ובכוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_C = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

**5)** דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

## מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד ליזר):

**רקע:**

$$\vec{v} = \frac{\dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y}}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$$

**שאלות:**

### 1) דוגמה ראשונה

- מהירותה של מכונית נתונה לפי:  $\hat{y}(t) = 2t^2\hat{x} + (3t - 1)\hat{y}$
- ב-  $t = 0$  המכונית הייתה בראשית.
- א. מצא את וקטור מיקום המכונית כתלות בזמן.
  - ב. מהי מהירות המכונית ב-  $t = 2$  כפי שימדוז אותה השוטר הנמצא בראשית, אם השוטר מודד באמצעות אקדח לייזר.
  - ג. חזר על סעיף ב' אם השוטר נושא ב מהירות קבועה  $\hat{x}_0 = \vec{v}$  ונמצא גם כן בראשית ב-  $t = 0$ .

**תשובות סופיות:**

$$v(t=2) = 9.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \vec{r} = \frac{2}{3}t^3\hat{x} + \left(\frac{3}{2}t^2 - t\right)\hat{y} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$v(t=2) = \frac{(8-v_0)\left(\frac{16}{3}-2v_0\right)+20}{\sqrt{\left(\frac{16}{3}-2v_0\right)^2+16}} \quad \text{ג.}$$

# פיזיקה 1

## פרק 5 - דינמיקה

### תוכן העניינים

|    |                            |
|----|----------------------------|
| 71 | 1. חוקי ניוטון             |
| 81 | 2. גלגולות נעות ומכפלי כוח |
| 82 | 3. תרגילים נוספים          |

## חוקי ניוטון:

**רקע:**

**כוחות נפוציים:**

**כוח הכבוד :**

סימון : W (קייזר של כדור הארץ).  
מופעל ע"י כדור הארץ.  
כיוון : למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).  
גודל : mg.

**נורמל :**

סימון : N.  
מופעל ע"י משטח.  
כיוון : תמיד מאונך למישטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).  
גודל : לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל-mg).

**מתיחות :**

מופעל על ידי חוט או חבל.  
סימון : T (קייזר של חוט).  
כיוון : תמיד מושך את הגוף לכיוון החוט.  
הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.  
חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).  
בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

**חיכוך :**

**חיכוך סטטי -  $f_s$  :**

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המישטחים.  
מופעל ע"י המשטח.

כיוון : משיק למישטח (נגד כיוון השלייפה לתנועה).

גודל :  $N_s \mu_s = f_s$  ( $\mu_k N$ ) בד"כ נעלם לא ידוע.

$\mu_s$  - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

$f_s \leq \mu_s N$  - החיכוך הסטטי תמיד קטן מ-  $\mu_s N$ .

$f_{s\max} = \mu_s N$ .

לשים לב שאפשר להציב  $N_s = \mu_s f_{s\max}$  רק אם ידוע שהמערכת על סף החלקה.

**חיכוך קינטי** -  $f_k$  :  
 פועל כאשר יש תנוצה יחסית בין המسطחים.  
 מופעל ע"י מسطח.  
 כיוון : משיק למسطח (נגד כיוון התנועה היחסית).  
 גודל :  $N \mu_k = f_k$ .  
 $\mu_k$  - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.  
 $N$  - נורמל שפעיל אותו מسطח.

### חוק ראשון של ניוטון – התמדה:

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס.  
 במקרה פרטי של תנוצה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

### חוק שלישי – עקרון פועלה תגובה:

לכל כוח שגוף A מפעיל על הגוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על הגוף A.  
 כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו.  
 שימושו לב : הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשימים כוחות.

### חוק שני של ניוטון:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

### חוק הוק – הכוח של קפיץ:

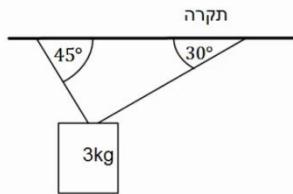
$$F = -k \Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

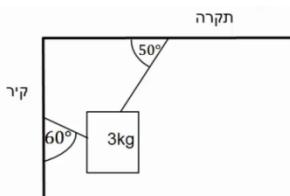
$x$  - מיקום הגוף.  
 $x_0$  - מיקום שבו הקפיץ רופיע.

חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) -  $k_{eff} = k_1 + k_2$   
 חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפיץ שני שמחובר לקיר) -

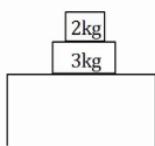
$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$


**שאלות:**

- 1) דוגמה-גוף תלוי מהתקלה**  
גוף תלוי במנוחה מהתקלה באמצעות שני חוטים, לפי האיוור הבא.  
מהי המתייחסות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

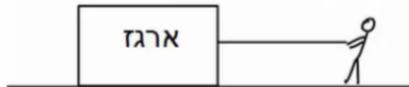


- 2) דוגמה-גוף תלוי מהתקלה ומקיר**  
גוף תלוי במנוחה מהתקלה באמצעות חוט ומוחבר לקיר המאונך לתקלה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיוור).  
מהי המתייחסות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

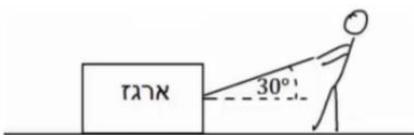


- 3) דוגמה-מסה על מסה**  
במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.  
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.  
א. שרטט תרשימים כוחות לכל אחת מהמסות.  
ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.  
ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.  
ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

- 4) דוגמה-מסה על מסה על מסה**  
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקrukע במנוחה, כפי שנראה בציור.  
א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעלה?  
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?



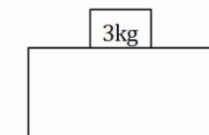
- 5) דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע**  
דני מושך ארגז במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ .  
מצא מהו גודלו של הכוח שפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה?

**6) ירון מושך בזווית**

ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתק בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.

ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ .

מצא מהו גודלו של הכוח שפעיל על ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה?

**7) גוף על שולחן**

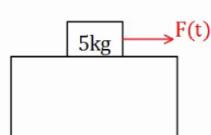
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.4$ .

א. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל על הגוף, כך שיישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיונו של החיכוך הסטטי.

**8) כוח תלוי בזמן**

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

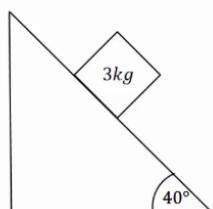
כוח אופקי התלויה בזמן  $F(t) = 2 \cdot t^2$  פועל על הגוף ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ .

א. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל על הגוף, כך שיישאר במנוחה?

ב. מתי יתחל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

**9) מסה בשיפוע**

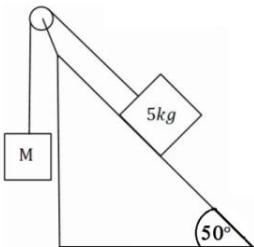
מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות.

בין המסה למדרון קיימים חיכוך,

ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.9$ .

א. שרטט תרשימים כוחות לבעה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

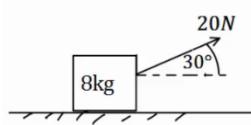
**10) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

ב. נתון שבין המסה למזרן קיים חיכוך, ומקדמיו החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ .

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות**

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעלה האופק.

הכוח מופעל על אריזה בעלת מסה של 8 ק"ג.

האריזה נמצא במנוחה ונדרש כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם:  $\mu_k = 0.1$ ,  $\mu_s = 0.2$ .

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחילה נוע?

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזרה על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**12) דוגמה-מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחליל בעצירה.

מקדמיו החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא:  $\mu_k = 0.3$ .

הנת שגלגלים ננעלים ואין למוכנית מערכת ABS.

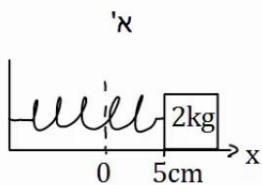
א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (זמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

**13) דוגמה 1-קפיץ**

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

$$\text{קפיץ} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



- א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפואי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

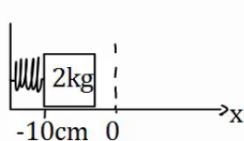
- ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפואי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

cut נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומוקדם

$$\text{החיכוך הסטטי הוא: } \mu_s = 0.2.$$



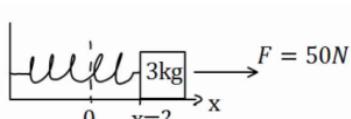
- ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**14) דוגמה 2-קפיץ**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

$$\text{קפיץ} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

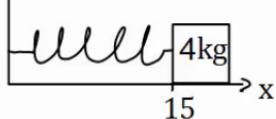
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפינו של הקפיץ.

היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס)?

**15) דוגמה 3-קפיץ**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

$$\text{בבעל קבוע קפיץ} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

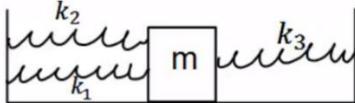
- א. חשב את הכוח שפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף למרחק 15 ס"מ מהקיר.

- ב. חשב את הכוח שפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף למרחק 6 ס"מ מהקיר.

- ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

**16) מסה עם שלושה קפיצים**

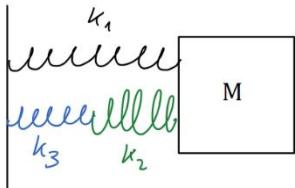
שלושה קפיצים מחוברים למסה  $m = 2\text{kg}$ , כפי שנראית באיור.  
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



$$\text{נתנו כי: } k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

הנה כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

**17) שלושה קפיצים שווים**

באיור הבא, המסה  $m = 4\text{kg}$  מחוברת ושלושה קפיצים בעלי קבועי קפץ שונים. הנה שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב-0 = x.

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא:  $x = 0.2\text{m}$

$$\text{אם קבועי הקפיצים הם: } ? k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

**18) כוח אופקי תלוי בזמן**

כוח אופקי שגודלו  $F = 2t$  פועל על גוף, כאשר הזמן t נתון בשניות והכוח F בניוטונים.

מסת הגוף  $2\text{kg}$  והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח:  $\mu_k = 0.15, \mu_s = 0.2$ . מצא את:

א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן  $t = 0.5\text{sec}$ .

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

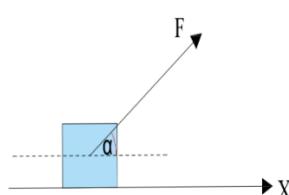
**19) כוח בזווית תלוי בזמן**

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן  $t = 0$  מתחלף פעולה

על הגוף כוח שגודלו  $F = 2t$  הזמן בשניות והכוח בניוטונים.

הכוח פועל בזווית  $\alpha = 37^\circ$  יחסית לציר התנועה.

מסת הגוף היא  $2\text{kg}$ .



נתנו כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא:  $\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.15$ .

$$\text{לפשטות החישוב קחו: } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \sin \alpha = 0.6, \cos \alpha = 0.8.$$

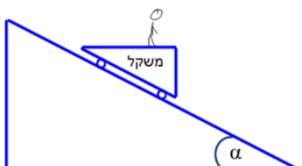
א. متى יתחלף הגוף לנوع?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לnitoku מהקרקע?

(20) **אדם על קרוןית על מישור משופע\***

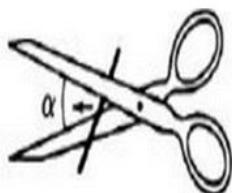
אדם בעל מסה  $m$  עומד על משקל המחבר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרןית היא  $M$  ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית  $\alpha$ .



הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאיןנו נع ביחס אליה.

- מה מורים המאזניים? הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאיןנו נע ביחס אליה.
- מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרןית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.
- כעת הנה כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית. מה תהיה תואצת הקרןית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרןית).
- מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

(21) **מספריים חותכות חוט\*\***



אדם מנסה לחותך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנעו והוא מחליק על המספריים עד שזווית המפתח של המספריים היא  $\alpha$ , בזווית זו המספריים מתחילות לחותך את החוט.

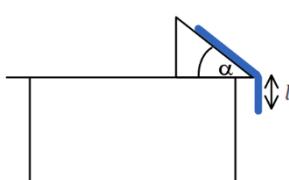
- צייר את הכוחות שפעלים על החוט.
  - מצא את מקדם החיכוך בין המספריים לחוט.
  - הראה שהזווית  $\alpha$  אינה תליה בכוח הגוף כאשר המספריים במצב אופקי.
  - כעת, מסובבים את המספריים בזווית  $\beta$  סביב ציר העובר בבורג המספריים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחותט עולה כלפי מעלה.
- הראה כעת שהשינוי בזווית  $\alpha$  הוא לפי:  $\mu_0 + \Delta\mu = \mu$  כאשר  $\mu_0$  הוא

$$\text{המקדם שמצוות בסעיף ב'} \quad \frac{mg \sin \beta}{F \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

אם המספריים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

(22) **חבל מחליק משולחן משופע\*\***

חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  נמצא על מישור משופע בזווית  $\alpha$  שנמצא על שולחן כך שחלק משטשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי  $\mu$ . בזמן  $t=0$  יש חבל באורך 1 המשטשל מקצת השולחן, ונמצא במנוחה.



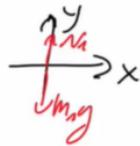
מהו הגובה של קצה החבל ( $y$ ) מתחת לשולחן כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.

**תשובות סופיות:**

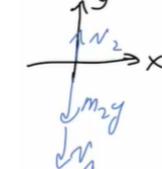
(1)  $T_1 \approx 22.0\text{N}$ ,  $T_2 \approx 26.9\text{N}$

(2)  $T_2 \approx 19.6\text{N}$ ,  $T_1 \approx 26.4\text{N}$

(3) א. מסה 2 ק"ג : מסה 3 ק"ג :



ד. 50N .



ג. 20N .

ב. 60N למעלה

(4) א. 30N ב.

(5) 40N

(6)  $T \approx 41.3\text{N}$

ב. 10N .

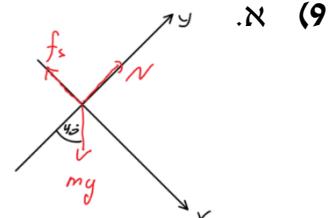
(7) 12N . א.



ג.  $\sqrt{10} \text{ sec}$

(8) 20N . א.

ב. N .



(9) א.

(10) א.  $M_{\min} = 2.87\text{kg}$ ,  $M_{\max} = 4.79\text{kg}$  ב.

M = 3.83kg

(11) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב.

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

ב. לא, כי  $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$

(12) א. כן, כי  $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$

ב. גודל:  $a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכוון חיובי.

(13) א. גודל:  $-1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכוון חיובי.

ג.  $x = 8\text{cm}$ .

(14)  $x = \frac{1}{2}\text{ m}$

ג. סעיף א':  $a = -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב. F = 2N

(15) א. F = -2.5N .

סעיף ב':  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(16)  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

$$a \approx 0.326 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (17)$$

$$a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & t > 2 \end{cases} \quad f_s = 1\text{N} \quad \text{ב.} \quad t = 2 \text{ sec.} \quad \text{א.} \quad (18)$$

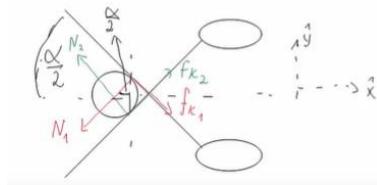
$$x(t=4) = 2.3\text{m} \quad \text{ה.} \quad v(t=4) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ט.}$$

$$x = 467\text{m} \quad \text{ב.} \quad v(t=4) = 1.53 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad t \approx 2.17 \text{ sec.} \quad \text{א.} \quad (19)$$

$$a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \quad \text{ב.} \quad \mu_{s \min} = \tan \alpha \quad \text{ב.} \quad N_2 = mg \cos^2 \alpha \quad \text{א.} \quad (20)$$

$$N_2 = m \left( g - \left( \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right) \quad \text{ט.}$$

$$\text{ג. הוכחה.} \quad \mu_k = \tan \frac{\alpha}{2} \quad \text{ב.}$$



ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

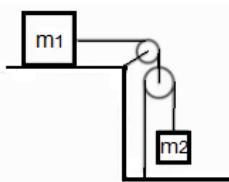
$$y(t) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta}{k} \right) \left( e^{\sqrt{\frac{k}{M}}t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}}t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (22)$$

## גלגלות נעות ומכפלי כוח:

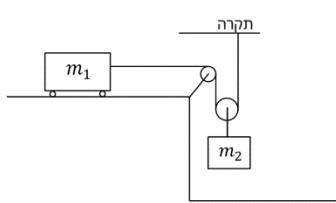
**רקע:**

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגוף וקבועים ונגורו.

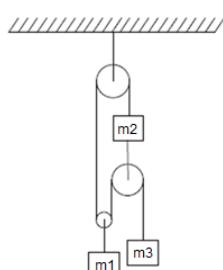
**שאלות:**



- 1) גלגולות וגזרה בזמן של אורך החוט  
במערכת הבאה מסות הגוף ידועות.  
אין חיכוך בין המסות למשטח.  
מצא את תאוצות הגוף ואת המתייחסות בחוטים.



- 2) אחת תליה מהתקלה ואחת על שולחן  
במערכת הבאה המסה  $m_1$  נמצאת על שולחן חסר חיכוך  
ומחברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באירור.  
הגיגות אידיאליות ו-  $m_2$  נתונה.  
מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות  
מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- 3) מערכת גלגולות מסובכת  
מצאו את תאוצות הגוף במערכת הבאה.  
מה התנאי לכך שהמסה  $m_3$  תנוע כלפי מעלה  
אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

**תשובות סופיות:**

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_1}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

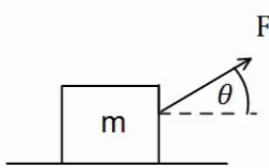
$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left( (m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

## תרגילים נוספים:

שאלות:

**(1) זווית אופטימלית למשיכה**

כוח  $F$  מושך ארגו בעל מסה  $m$  בזווית  $\theta$  מעלה האופק. מקדם החיכוך בין הארגו לקרקע הוא  $\mu$ .

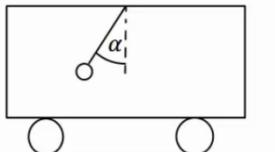


א. מצא את תאוצה הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלת.

- ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3. בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר:  $45^\circ, 30^\circ, 20^\circ, 10^\circ, 0^\circ = \theta$ .
- ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

**(2) מוטולת מכונית**

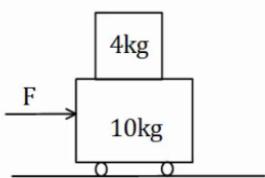
מוטולת קשורה לתקרת המכונית. המוטולת נמצאת בזווית קבועה ונתונה  $\alpha$ , ביחס לאנך לתקרת המכונית.



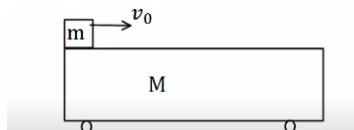
- א. מצא מהי תאוצה המכונית (גודל וכיוון)?  
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

**(3) מסה של 4 על עגלת של 10**

מסה של 4 ק"ג מונחת מעלה עגלת בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלת למשטח זיניח.



מקדם החיכוך הסטטי בין המסיה לעגלת הוא  $\mu_s = 0.2$ . כוח אופקי  $F$  מופעל על המסיה התחתונה ימינה. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלת.

**4) מסה מחליקה על עגלה**

מסה  $m$  מונחת על עגלה בעלת מסה  $M$ , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצתה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליון ( בלבד ) מהירות התחלתית  $v_0$ .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

$$\text{נתון : } M = 12\text{kg}, m = 3\text{kg}, \mu_k = 0.2, v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

א. מצא את הביטויו למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטויו למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

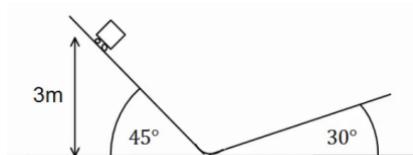
ג. מהי המהירות הסופית של שני הגוףים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

**5) מסה צמודה למשאית**

מסה  $m$  מונחת בצדם לחלקה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון :  $m$ ,  $\mu$ .

מהי התאוצה המינימלית הדורשיה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**6) קופסה בין מדרונות**

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.

ה קופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחלילה בתנועה.

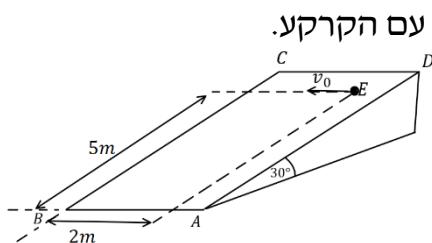
בתחלת המדרון הקופסה עברה למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.

הזנח אפקטיבים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

א. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הקופסה במדרון השני?  
נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזר על סעיף א' אם נdag הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

$$\text{מקדם החיכוך הוא : } \mu_k = 0.2$$

**7) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.  
הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB  
ובמרחק 2m מהצלע BC.

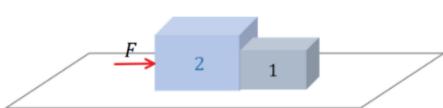
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלווח,  
במהירות התחלתית  $v_0$  שכיוונה מקביל לצלע AB.

- צייר מערכת צירים, ורשו את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלווח בכל ציר.
- מהי צורת המסלול של הכדור על הלווח?
- מצא את  $v_0$ , עבורה הכדור יגיע בדיקון לנקודה B.
- מהי מהירות הכדור בנקודה B עבורה ה- $v_0$  שמצויה בסעיף ג'?

**8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.

משקלות התיבות הם:  $m_1 = 3\text{kg}$  ו-  $m_2 = 5\text{kg}$ .

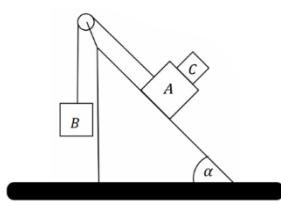


כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשימים.  
גודל הכוח הוא  $N = 16$ .  
חשב את:

- התואוצה של כל תיבה.
- הכוח הנורמלי  $N_{1 \rightarrow 2}$ , שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.
- הכוח הנורמלי  $N_{2 \rightarrow 1}$ , שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

**9) גוף על גוף במישור משופע**

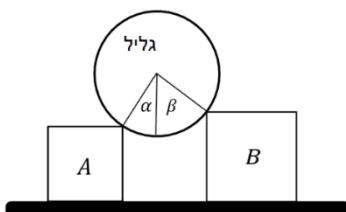
גוף A בעל מסה  $m_A$ , גוף B בעל מסה  $m_B$  מחוברים באמצעות חוט וגלגלת, כמו תואר באирו.



גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית  $\alpha$ .  
גוף C בעל מסה  $m_C$  מונח על הגוף A.

מקדם החיכוך הסטטי בין הגוףים A ל-C הוא  $\mu_s$ .

- מהי המסה המרבית של הגוף B, כך שהגוףים C ו-A ינועו יחדיו במעלה המישור?
- מהי תאוצת הגוףים והמתיחות בחוט, אם המסה של הגוף B היא זאת שמצויה בסעיף א'?
- מהן תאוצות הגוףים אם המסה של הגוף B גדולה מזו שמצויה בסעיף א'  
ומקדם החיכוך הקינטי הוא  $\mu_k$ ?

**10) גליל על שני ארוגזים**

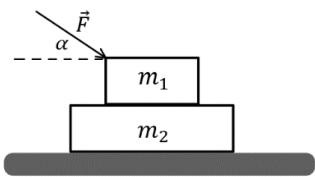
גליל אחד, שמסתו  $m$  מונח על שני ארוגזים  
משמעותיהם :  $m_A = 2m$  ,  $m_B = m$  .

לארוגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי.  
בין הגליל לארוגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים  
של הגליל, הנוגעים בפינות הארגזים זווית של :  $\alpha = 30^\circ$  ,  $\beta = 45^\circ$  .  
עם האnek לkrk, ראה איור. נתונים :  $g$  ,  $m$  .

א. מה הכוח שפועל כל ארוג על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארוגזים והמשטח,  
מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

**11) כוח דוחף גוף על גוף**

שני גופים זהים משמעותם :  $m = m_1 = m_2$  , מונחים  
זה על גבי זה, על גבי שלוחן אופקי (ראה איור).  
בין הגוף קיימים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי  
והסתטי הם :  $\mu_k$  ,  $\mu_s$  .

כוח חיצוני  $\vec{F}$  מופעל על הגוף העליון בזווית  $\alpha$  מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים :  $\mu_k$  ,  $\mu_s$  ,  $m$  ,  $g$  ,  $F$  ,  $\alpha$  .

א. בהנחה שהגופים נעים ייחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

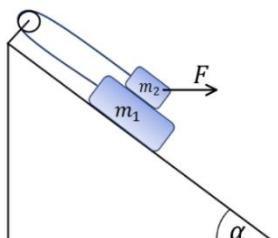
ב. בהנחה שהגופים נעים ייחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגוף?

ג. מהו גודלו המקסימלי של  $\vec{F}$ , כך שהגופים ינעו ייחדיו?

ד. נתון כי :  $\mu_k = 0.2$  ,  $\mu_s = 0.15$  ,  $\alpha = 30^\circ$  .

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא :  $F = \frac{1}{2}mg$

ה. חוזר על סעיף ד' כאשר  $F = 3mg$  .

**12) מסה על מסה מחוברות בגלגלת**

נתונה מערכת הכוללת שני גופים :  $m_1 = 4\text{kg}$  ,  $m_2 = 3\text{kg}$  הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,  
ומונחים על מישור משופע בעלי זווית  $\alpha = 30^\circ$  .

מקדמי החיכוך בין הגוף הם :  $\mu_k = \mu_s = 0.4$  ,

ומקדמי החיכוך עם המישור הם :  $\mu_k = \mu_s = 0.3$  .

כוח אופקי  $F$  פועל על  $m_1$  .

א. מהו ה-  $F$  המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?

ב. אם  $N = 40\text{N}$  , מהי תאוצת הגוף?

**13) זמן לעלות וירידת מדרון עם חיכוך**

גוף נזרק במעלה מדרון משופע ב מהירות התחלתית  $v_0$ .

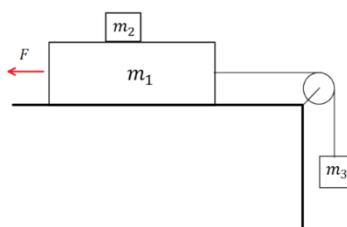
זווית השיפוע של המדרון היא  $\theta$  ומקדמ החיכוך בין המדרון לגוף הוא  $\mu_k$ .

א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה  
(בנחתה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?

ב. מה היחס בין מהירות הסופית ומהירות התחלתית של הגוף?

**14) גוף על גוף וכוח מושך**

במערכת שבאיור המסות נתונות.



נתונות גם מקדמי החיכוך בין  $m_1$  למשטח  $\mu_{s_1}$ ,  $\mu_{k_1}$ ,

ומקדמי החיכוך בין  $m_1$  ל- $m_2$ ,  $\mu_{s_2}$ ,  $\mu_{k_2}$ .

הכוח  $F$  באיזור מתיחס רק לסעיף ב.

א. מהן תאוצות הגוףים והמתיחות בחוט

בנחתה ש- $m_2$  נעה בתאוצה יחסית ל- $m_1$ ?

ב. מהו הכוח המינימלי  $F$  שיש להפעיל כדי שהמסות ינועו יחדיו?

**15) תיבה על מכונית משולשת**

מכונית עם זווית בסיס  $\alpha$  נוסעת בתאוצה קבועה.

מניחים תיבה בעלת מסה  $m$  על דופן המכונית.

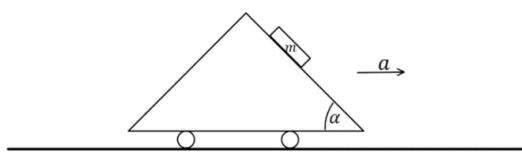
א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך

בין המכונית לתיבה אם ידוע

שתאצת המכונית היא  $a$  ימינה

והתיבה לא מחליקה על הדופן.

ב. מהו  $\mu_s$  המינימלי המאפשר מצב זה?

**16) כדור בתא מטען משופע**

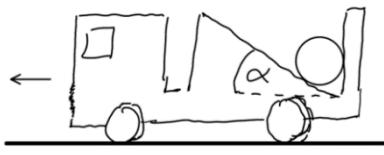
למשאית באיזור תא מטען משופע בזווית  $\alpha$

ובסופה דופן אנכית.

בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה  $M$ .

המשאית נוסעת בתאוצה קבועה  $a$  שמאלה.

מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.



**תשובות סופיות:**

$$\theta_0 \approx 16.6992^\circ \text{ ג.} \quad \theta = 20^\circ \text{ ב.} \quad a = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \text{ נ.} \quad (1)$$

א. גודל:  $\alpha$ ,  $a_x = g \tan \alpha$ ; כיוון: חיובי      ב. לא

$$F = \mu_s (m_1 + m_2)g = 28N \quad (3)$$

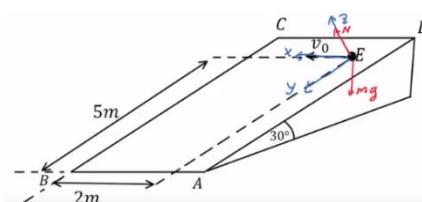
$$\text{א. מיקום-זמן: } v_1(t) = 20 - 2t, \quad x_1(t) = 0 - 20t - \frac{1}{2}t^2 \quad (4)$$

$$\text{ב. מיקום-זמן: } v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t, \quad x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2 \quad (5)$$

$$v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ג.}$$

$$a_{\min} = \frac{g}{\mu_s} \quad (6)$$

$$h_{\max} = 1.78\text{m} \text{ ב.} \quad h_{\max} = 3\text{m} \text{ נ.} \quad (7)$$



$$\text{ב. פרבולה כמו בזריקה אופקית.} \quad v_0 = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ג.} \quad (8)$$

$$v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ט.}$$

$$N_{2 \rightarrow 1} = 6N \text{ ג.} \quad N_{1 \rightarrow 2} = 6N \text{ ב.} \quad a_1 = a_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ נ.} \quad (9)$$

$$m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C)\mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha} \text{ נ.}$$

$$a = g [\mu_s \cos \alpha -] \sin \alpha, \quad T = g (m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha \text{ ב.}$$

$$a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g, \quad a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_c \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B} \text{ ג.}$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.464 \text{ ב.} \quad N_A = 0.732mg, \quad N_B = 0.518mg \text{ נ.} \quad (10)$$

$$f_s = \frac{F \cos \alpha}{2} \text{ ב.} \quad a = \frac{F \cos \alpha}{2m} \text{ נ.} \quad (11)$$

$$a = 2.17 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ט.} \quad F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha} \text{ ג.}$$

$$a_1 = 22.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad a_2 = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ט.}$$

$$a = 1.81 \frac{m}{sec^2} . \blacksquare \quad F_{max} = 31.05N . \text{ נ } (12)$$

$$t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}} . \text{ נ } (13)$$

$$\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}} . \blacksquare$$

$$a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3} , \quad a_2 = \mu_{k_2} g . \text{ נ } (14)$$

$$F_{min} = m_3 g - \mu_{s_2} g (m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g . \blacksquare$$

$$\mu_{s_{min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha} . \blacksquare \quad f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha . \text{ נ } (15)$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha} , \quad N_2 = M(a + g \tan \alpha) \quad (16)$$

# פיזיקה 1

## פרק 6 - תנועה מעגלית

### תוכן העניינים

|           |                                   |
|-----------|-----------------------------------|
| 89 .....  | 1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית. |
| 95 .....  | 2. הכוח המרכזי צנטרופוגלי .....   |
| 96 .....  | 3. וקטוריים בתנועה מעגלית .....   |
| 99 .....  | 4. תרגילים מסכמים .....           |
| 103 ..... | 5. תרגילים מסכמים למתקדמים .....  |

## נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

### רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

|   |  |  |
|---|--|--|
| יש להציב את הزاوية ברכינאים<br><br>כיוון המהירות תמיד משיק למעגל                                | $S = \Delta\theta \cdot R$   | הדרך בתנועה מעגלית                       |
| כיוון המהירות תמיד משיק למעגל   | $v(t) = \frac{dS}{dt}$   | גודל מהירות הקווית<br>(speed)<br>הרגעתית |
| $f$ - הדרירות<br><br>$T$ - זמן המחזור<br><br>הדרירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה | $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$                    | מהירות זוויתית                           |
| קשר בין המהירות הקווית לזרויתית   | $v = \omega R$   | קשר בין המהירות הקווית לזרויתית          |
| $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$  | $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$   | תאוצה רדיאלית<br>לכיוון מרכז המעגל       |
| $\Sigma F_z = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$<br><small>למרכז המעגל</small>                      | $\Sigma F_z = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$<br><small>למרכז המעגל</small> | <b>הכוח</b>                              |
| $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$   | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$  | <b>תאוצה זוויתית</b>                     |
| $a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$   | $a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$                              | <b>תאוצה משיקית</b>                      |
| כאשר $h$ ו- $\theta$ נמדדים מתחתיות<br>המעגל  | $h = R(1 - \cos \theta)$   | <b>הגובה במעגל אנכי</b>                  |

**שאלות****1) דוגמה- נהג מרוצים**

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.

$$\text{מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא: } v = \omega t .$$

א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בנחתה כי התחילה מזווית אפס).

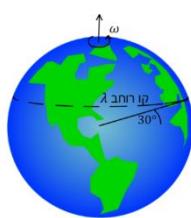
ב. متى ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

**2) דוגמה- חישוב מהירות זוויתית של מוחוי שעון**

חשב את המהירות הזוויתית של מוחוי השניות, מוחוי הדקות ומוחוי השעות בשעון מוחויים.

**3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ**

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.



ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב  $30^\circ$ ?

**4) דוגמה- יובל מסובבת אבן**

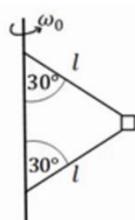
יובל קשורת אבן שمسתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.

יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעלה ראשונה

(כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא:  $\omega = 12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיichות בחוט?

הנח שכוח הכביד זניח.

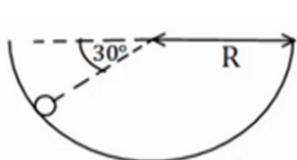
**5) מסה קשורה לעמוד מסתובב**

במערכת הבאה מסה  $m$  קשורה דרך שני חוטים למוט המסובב ב מהירות זוויתית  $\omega_0$ . אורך החוטים זהה ושווה ל-1.

הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.

מהי המתיichות בכל חוט? בשאלת זו כוח הכביד אינו זניח.

נתונים:  $m$ ,  $l$ ,  $\omega_0$ .



- 6) כדור בקערה כדורית.**  
 כדור קטן מונח בתחום קערה כדורית בעל רדיוס  $R$ .  
 מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק.  
 ונותנים לו מהירות תחילה לתוכה הדף.  
 מהו גודל המהירות התחילה הדרוש כך שהכדור  
 יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

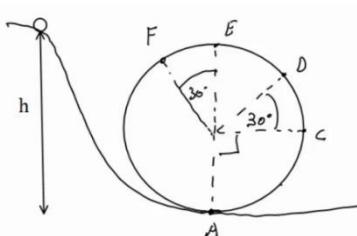
- 7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים**  
 מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

- 8) זווית משתנה בזמן**  
 המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסטובב נתונה  
 ע"י:  $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$ .  
 א. מהי מהירות הזוויתית ב-  $t = 2\text{ sec}$  ו-  $t = 4\text{ sec}$ ?  
 ב. מהי התאוצה הזוויתית המומוצעת בין זמנים אלו?  
 ג. מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

- 9) תאוצה משיקית קבועה**  
 גוף נע במעגל בעל רדיוס  $R$  בתאוצה משיקית קבועה  $a_t$   
 ולא מהירות תחילה. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:  
 א. כפונקציה של הזמן.  
 ב. כפונקציה של זווית הסיבוב.

- 10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת**  
 גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר.  
 הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י:  $s = 6t^2 + 3t$ .  
 חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

- 11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים**  
 בדוגמה של נהג מרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית  
 אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד.  
 מי מפעיל כוח זה?

**12) דוגמה-כדור בלוֹפֶּה**

כדור קטן מאד מתחילה להתגלגל ממנוחה מגובה  $h = 6\text{m}$  ונכנס לתוכו מעגל אנכי.

נתון שהכדור ממשים סיבוב ואין חיכוך בין הריצפה.  
רדיוס המעלג הוא :  $R = 2\text{m}$ .

- מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באוויר.  
(רמז : שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותו נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותו נקודות.

ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותו נקודות.

**13) כוחות במטוטלת**

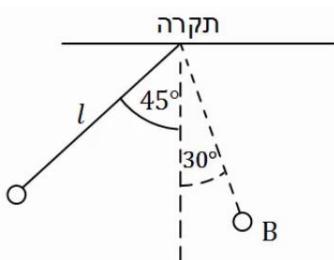
מטוטלת משוחררת ממנוחה מזויה של 45 מעלות.  
אורך החוט הוא 1 והמסה היא  $m$ .

א. מהי מהירות המשקה בתחלת המסלול?

ב. מהי המתיichות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המשקה בנקודה B הנמצאת בזווית 30 מעלות? ומהי המתיichות בחוט באותה נקודה?

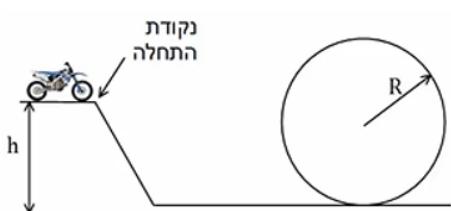
ד. מהי המתיichות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

**14) רוכב אופנוּעַ במעגל אנכי**

רוכב אופנוּעַ מתחילה תנועתו מנקודת התחלה שבציוור מהי המהירות התחלתית המינימלית הנדרשת עבור

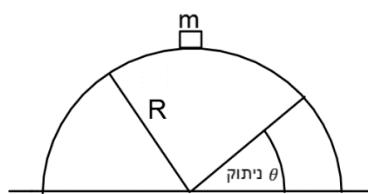
הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי.  
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת התחלה.

נתון :  $h$  ,  $R$  .

**15) קופסה מחיליקה על גבעה מעגלית**

קופסה במשקל  $m$  מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס  $R$  .

ה קופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים  
מןוחה כאשר אין חיכוך בין להגבעה.  
מצא באיזה זווית הקופסה מתנתק מהגבעה.



**תשובות סופיות**

$$12.5 \text{ sec} \quad \text{ב.} \quad \omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \text{ נ.} \quad (1)$$

$$1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{מחוג דקotas:} \quad 0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{ מחוג שניות:} \quad (2)$$

$$1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{ מחוג שעות:} \quad (3)$$

$$400 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ג.} \quad 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ב.} \quad 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ א.} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{3gR}{2}} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (7)$$

$$\bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \text{ ב.} \quad \omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ נ.} \quad (8)$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \text{ ג.}$$

$$a_r = 2a_t\theta \text{ ב.} \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \text{ נ.} \quad (9)$$

$$a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4} \quad (10)$$

$$\text{הכbesch מפעיל כוח זה.} \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad (11)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} : \text{ החיכוך מהכbesch} \quad (12)$$

$$v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ א.} \quad (13)$$

$$\cdot a_r = \frac{v^2}{R} \text{ וכיו', לפי הנוסחה} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ב.}$$

$$a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ג.}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \text{ ד.}$$

$$T = 1.58mg \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{0.58gl} \quad \text{א.} \quad (14)$$

ג. מהירות :  $T = mg(1.19)$ ,  $v_B = \sqrt{0.32gl}$

ד. בשנייהם :  $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\theta = 41.8^\circ \quad (15)$$

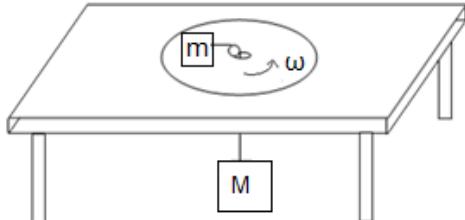
## הכוח המרכזי:

**שאלות:**

**1) מסה על שולחן מסתובב**

מסה  $m$  מונחת על דיסק המסתובב על שולחן ב מהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .  
 המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומוחובר למסה  $m$ .  
 בין המסה  $m$  לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s$ .  
 נתון:  $\mu_s$ ,  $m$ ,  $\mu$ ,  $\omega$ .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימלי שבו ניתן להניח את המסה כך  
 שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



**תשובות סופיות:**

$$r_{\max} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

## וקטורים בתנועה מעגלית

### רקע

וקטור המיקום:  $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

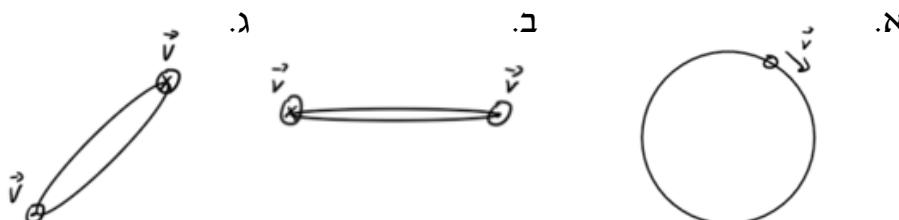
הקשר הכללי בין מהירות הקווית לזוויותית:  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויותית:  $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

### שאלות

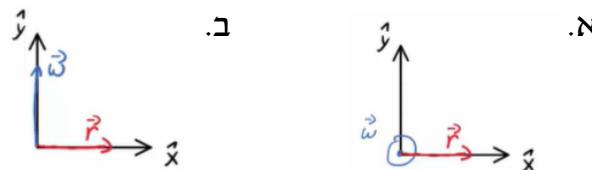
#### 1) מציאת הכוון של אומגה

במקרים הבאים נתנו כיוונה של מהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכוון של מהירות הזוויותית בכל מקרה:



#### 2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון מהירות הקווית של הגוף במקומות הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



#### 3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונوتנה לפי:  $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$  ביחידות של רדיאן לשניה ביריבוע.

המיקום ההתחלתי ומהירות הזוויתית ההתחלתית הם:  $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$  ו-  $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$  ברדיאן לשניה. מצא את גודל מהירות הקווית של הגוף ב- $t = 2\text{ sec}$ .

**4) דוגמה-וקטור המיקום של נаг המרוצים**

מצאו את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נаг המרוצים :  
 נаг מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוס 50 מטר. מהירותו של הנаг כתלות בזמן היא  $v(t) = 4t$ .

א. מצאו את מהירות הזוויתית של הנаг כתלות בזמן, ומיצו את הזווית של הנаг לאחר 5 שניות (בהנחה כי התחילה מזווית אפס).

ב. متى يصلים הנаг את הסיבוב הראשון?

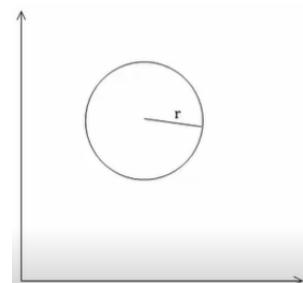
**5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית**

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כימרכז המעגל נמצא ב- (5,7) ומהירות הזוויתית היא :  $\omega = \frac{2\pi}{20} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

- א. מצאו את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ב. מצאו את וקטור מהירותו של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ג. מצאו את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ד. מצאו את מהירות הממוצעת בין  $t = 5 \text{ sec}$  ל-  $t = 10 \text{ sec}$ .
- ה. מצאו את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המיקום.
- ו. מצאו את תחומי הגודלים של וקטור המיקום.



## תשובות סופיות

ג.

ב.

⊗ א. (1)

 $-\hat{z}$ ב.  $\hat{y}$  א. (2)

$$63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$\vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y} \quad (4)$$

$$\vec{r} = \left( 5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right) . \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \left( -3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right) . \text{ב.}$$

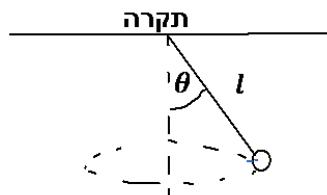
$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \left( \frac{-3}{5}, \frac{3}{5} \right) . \text{ט} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 \vec{r} . \text{ג.}$$

$$r_{\max} = 8.6 + 3, r_{\min} = 8.6 - 3 . \text{ו.}$$

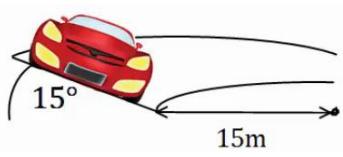
$$\theta_{\min} = 34.5^\circ, \theta_{\max} = 74.9^\circ . \text{ו.}$$

## תרגילים מסכימים:

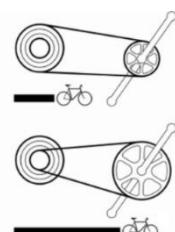
שאלות:



- (1) **מטוטלת מסתובבת אופקית**  
מטוטלת בעלת אורך  $l$  מסתובבת סביב ציר האנכ לתקרה בזווית מפתח קבועה  $\theta$ . נתון:  $l$ ,  $\theta$ .  
מצא את התדרות וזמן המחזור של הסיבוב.



- (2) **מכונית במחלף**  
מכונית נוסעת על מחלף משופע.  
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.  
רדיווס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.  
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש,  
מה מהירותה בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



- (3) **הילוכי אופניים**  
הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שניינים ברדיוסים  
שוניים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת  
מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב  
של גלגלי השוניים אם הרדיוסים שביהם מקיפה השרשרת כל  
אחד מהגלגלים ידועים.

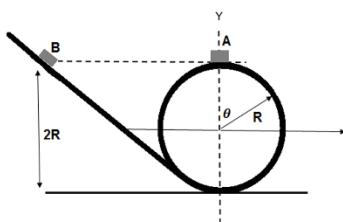
- (4) **שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)**  
מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס  $R$  מוצבת במישור אנכי.  
מישור משופע וחולק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשימים.  
מציבים את בול A בגובה  $2R$  ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה.  
נותנים ל-A דחיפה קלה ועווזבים את B מ מצב מנוחה.  
שני הגוף מחליקים, גוף A בצד החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס  
לתוכן המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגוף מתנתק מהמסילה.  
התיחסו לגופים כאלו גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית  $\theta_1$  עם ציר ה- $y$ , יתנתק גוף A מהמסילה?

ב. באיזו זווית  $\theta_2$  יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגוף מتنתקים מהמסילה בו זמן נtiny.  
מה גודל המהירות היחסית ביניהם?

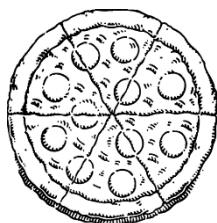
ד. מה יהיה המרחק בין הגוף לאחר הניתוק,  
אחרי פרק זמן  $\Delta t$  (הניחו שהגוף עדין באוויר).



**5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן**

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס  $R$ .

נתון שגודל המהירות של החלקיק:  $V(t) = Ct^2$  כאשר  $C$  קבוע.  
מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

**6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית**

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים:  $\theta = 4t^2 + 5t$  אשר  $\theta$  נמדד בראדיאנים ו-  $t$  בשניות.

- מצאו את המהירות הזוויותית של הבצק.
- מצאו את התאוצה הזוויותית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזויות מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של  $0.2 \frac{m}{sec^2}$ .

ד. חזר על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב-  $t = 1sec$  היא:  $0.2 \frac{m}{sec^2}$

**7) תאוצה משיקית קבועה**

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו  $30\text{ ס"מ}$ .

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של  $4\text{ מטר לשנייה}$  ברכיבו.

לאחר כמה זמן מתחילה התנועה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

- גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?
- שווה לתאוצה המשיקית?

**8) זווית בין משיקית לכוללת**

גוף נקודתי מתחילה לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס  $2\text{ מטר}$  בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קבועה של  $2\text{ מטר לשנייה}$ .

א. תוך כמה זמן הגיע הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?

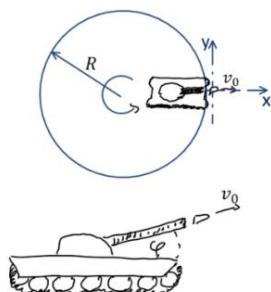
ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

**9) חמישה סיבובים**

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה  
משיקית קבועה. הנקודה מגיעה ל מהירות זוויתית של  $\frac{\text{rad}}{\text{sec}} 20$  לאחר 5 סיבובים.

מצא את :

- התאוצה המרכזית של הנקודה מעבר 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה מעבר 5 שניות.
- התאוצה השקולת של הנקודה מעבר 5 שניות.

**10) טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת**

טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס  $R$  היכולת  
להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה  
להסתובב ב-  $t=0$  בתאוצה זוויתית  $\ddot{\theta} = kt^2$ .

עבור זמן  $t_0$  הטנק נמצא במקום שבאיור ויראה פגז.  
מהירות הלוע של הפג ז'  $v_0$ .

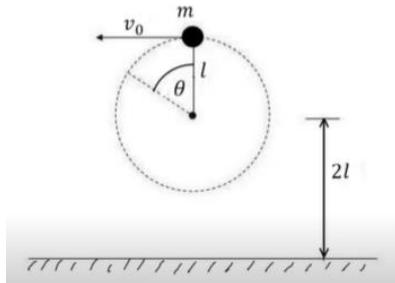
התווחה מכיוון הרדיאלי לפני חוץ, ובזווית  $\varphi$   
על הקרקע (במאונך למשור שבו מסתובבת הדיסקה).

- באיזה מהירות ביחס לצופה נិיח יוצא הcador מלוע הטנק?
- באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפג ז'?

**11) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה**

cador קטן שמסתו  $m$  קשור לקצהו של חוט שאורכו 1.  
הcador מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l  
על הרצפה.

כאשר החוט מתוח והcador נמצא אנכית מעל  
ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית  $v_0$ .



א. מה מהירות המינימלית  $v_0$  הנדרשת  
 כדי שהcador יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מעניקים לכדור מהירות ההתחלתית :  $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$ ,  
 אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על  $5.25mg$   
 מצאו את הזווית  $\theta$  שבה יקרע החוט.

- מה מהירות הcador ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש :  $l = 2m$  ?
- תוק כמה זמן מרגע קריית החוט יפגע הcador ברצפה?

**תשובות סופיות:**

$$f = \frac{\omega}{2\pi} , T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{m}{sec} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3} g R \Delta t} \quad . \quad |\vec{v}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3} g R} \quad . \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad . \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad . \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R} , y = R \sin \left( \frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5 \text{ cm} \quad . \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad . \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad . \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad . \quad t \approx 0.27 \text{ sec} \quad . \quad t \approx 0.39 \text{ sec} \quad . \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{ sec} \quad . \quad \alpha = 87.73^\circ \quad . \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad t_1 \approx 25.1 \text{ sec} \quad . \quad (8)$$

$$S = 1 \text{ m} \quad .$$

$$|a| \approx 150 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad a_r \approx 150 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi , \quad v_y = \frac{k t_0^3 R}{3} , \quad v_z = v_0 \sin \varphi \quad . \quad (10)$$

$$d = \left( (v_0 \cos \varphi)^2 + \left( \frac{k t_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad .$$

$$t \approx 0.3 \text{ sec} \quad . \quad v \approx 10 \frac{m}{\text{sec}} \quad . \quad \theta \approx 110^\circ \quad . \quad v_{min} = \sqrt{gl^5} \quad . \quad (11)$$

## תרגילים מסכימים למתקדמים:

**שאלות:**

**1) נקודה על גלגל**

מייקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י:  $y(t) = R - R \cos(\omega t)$ ,  $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$  כאשר  $R$ -ו- $\omega$  קבועים.

- .א. מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- .ב. מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמללית.
- .ג. ציירו את מסלול הגוף.

**2) חבל עם מסה מסתובב\***

נתון חבל אחד בעל מסה  $m$  ואורך  $l_1$ . החבל קשור בקצת אחד ומסתובב במישור אופקי ב מהירות זוויתית  $\omega$ . מצא את גודל המתיחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצת החיבור). רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משווה תנועה על כל חתיכה.

**3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית\***

גוף בעל מסה  $m_1$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_1$  לתקורה. גוף בעל מסה  $m_2$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_2$  לגוף הראשון. שני הגוף מסתובבים יחדיו בתדריות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב ציר האנך לתקורה. הזווית בין החוטים לאנכים הוא:  $\beta$ ,  $\alpha$  (ראה איור).

- .א. רשום את משווהת התנועה לכל גוף.

. $m_1 \neq 0$  ו-  $m_2 = 0$ .

מהי תנידות הסיבוב המינימלית האפשרית?

- .ג. דני ויוסי ניסו למצוא את  $\omega$  במקרה הכללי.
- .דני הציב את גודלי המתיחויות של החוטים במשווהת התנועה של גוף 2

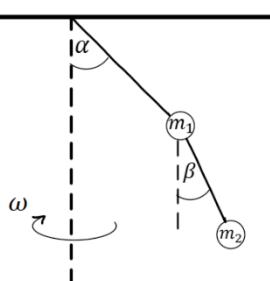
$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}.$$

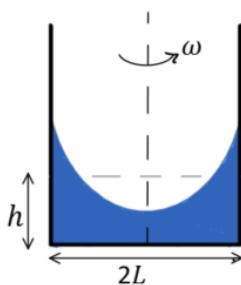
יוסי הציב את המתיחויות במשווהת התנועה

$$\cdot \omega^2 = \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

של גוף 1 וקיים:

ישב את הסתירה.





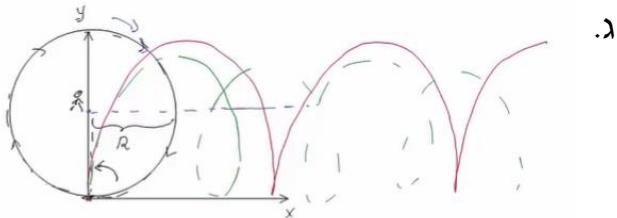
- 4) **מים בכלי מסתובב\*\***
- תיבת באורך  $2L$  ורוחב  $\omega$  כך ש- $L < \omega$  מכילה מים.  
גובה המים בתיבה הוא  $h$ .  
מסובבים את התיבה במהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר העובר במרכזו.  
הנה כי המים לא נשפכים מהຕיבה.
- א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפניו המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).
- ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרקם אופקי  $d$  מהמרכז?
- ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?
- ד. מהו התנאי שתחתיות התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } \vec{v} = (R\omega - R\cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R\sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y} \quad (1)$$

$$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$$

$$\text{ב. } |\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1-\cos \omega t)}}, \quad |\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1-\cos(\omega t))}}$$



$$\text{ג. } T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2) \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha, \quad \sum F_y = 0 : 1 \quad (3)$$

$$\text{ג'ו} \quad \sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta), \quad \sum F_y = m_2 g : 2$$

$$\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g} \quad . \quad \text{ג.} \quad \Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g} \quad . \quad \text{ב.} \quad y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad . \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad . \quad \text{ג.}$$

# פיזיקה 1

## פרק 7 - כוחות מדומים (עקרון דלאamber)

### תוכן העניינים

|  |     |
|--|-----|
| 1. הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר.....               | 105 |
| 2. כוחות מדומים במערכת מסתובבת - הцентрיפוגלי והקוריאוליס..... | 108 |
| 3. תרגילים עם הקוריאוליס והцентрיפוגלי.....                    | 109 |

## הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר

### רקע

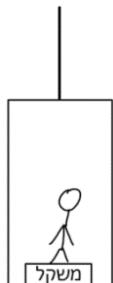
כוחות מדומים הם תיקון לחוק השני של ניוטון, כאשר הצופה / מערכת המדידה נמצאת בתאוצה.

הערה: אם הצופה נמצא במנוחה או נע במהירות קבועה לא יהיה כוחות מדומים – לא משנה מה תנועת הגוף.

הנוסחה לכוח המדומה הנוצר כאשר הצופה נע בתאוצה בקו ישר היא:  
 $F = -ma_0$ , כאשר  $m$  היא מסת הגוף הנמדד ו-  $a_0$  היא תאוצת הצופה.

### שאלות

#### 1) דוגמה-משקל במעלית



אדם עומד על משקל בתחום מעלית. מסת האדם היא 70 ק"ג.  
 המעלית עולה מקומת הקרקע לקומת 15.

בתחילת התנועה המעלית מאייצה בקצב קבוע של  $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

החל מקומת 2 המעלית נעה במהירות קבועה עד לקומת 12.

החל מקומת 12 המעלית מאיטה בקצב קבוע של  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

עד לעצירה בקומת 15.

מצא מה מורה המשקל בכל רגע במהלך תנועת המעלית.

פתרונות פעם אחת מנקודות מבט של צופה מהקרקע

ופעם נוספת מנקודה מבט של צופה הנמצא בתחום המעלית.

#### 2) מכשיר למדידת תאוצה

מטרולט קשורה לתקרת המכונית.

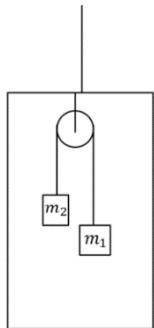
מטרולט נמצא בזווית קבועה ונתונה  $\alpha$ ,

ביחס לאנך מתקרת המכונית.

מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

פתרונות פעם אחת מנקודות מבט של צופה מהקרקע

ופעם שנייה מנקודה מבטו של צופה בתחום המכונית.

**(3) מכונת אטוד במעלית**

שתי מסות :  $m_1 = 5\text{kg}$  ו-  $m_2 = 3\text{kg}$  מחוברות באמצעות

חוט דרכ גלגלת אידיאלית הקשורה לתקרת מעלית.

המערכת מתחילה מנוחה ותאצת המעלית

$$\text{היא : } a_0 = 2 \frac{m}{\text{sec}^2} \text{ כלפי מעלה.}$$

הגובה של  $m_1$  מעל רצפת המעלית הוא :  $h = 5\text{m}$

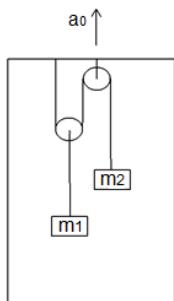
כמה זמן ייקח ל-  $m_1$  להגיע אל רצפת המעלית?

**(4) גלגולות נעות במעלית\***

מערכת הגלגלות המתוארת באיור תלויות מתקרת מעלית העולה בתאוצה קבועה  $a_0$ . כל הגלגלות הין חסרות מסה.

א. מצאו את תאוצת המסות.

$$\text{ב. ידוע כי } m_2 > m_1.$$



ઉ૱ચિબિમ એત માર્કેટ મનોહા કાશ રીત માસી એટ માસી

નમુચાત મેત્ર મુલ લ્રેચ્ફત માલીટ.

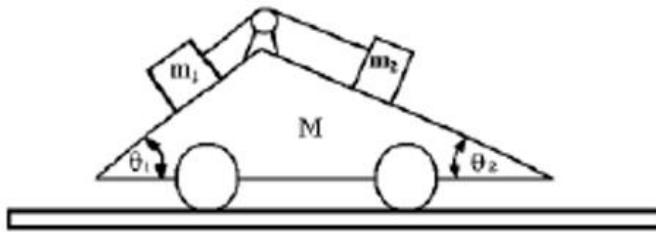
તો કોમા ત્ફ્ગ રીત માસી  $m_1$  બ્રેચ્ફત માલીટ?

**(5) תרגיל ח'י משנקר - מושלש עם שתי מסות\***

באיור מתוארת עגלה שמסתה  $M$  המורכבת משני מישוריים משופעים חלקים.

שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו-  $m_2$  מחוברות ביניהן בחוט העובר בגלגלת אידיאלית.

המישוריים המשופעים והמשוור האופקי עלייו נעה העגלה חלקים.



נתונים :  $M = 35\text{kg}$  ,  $m_1 = 10\text{kg}$  ,  $m_2 = 5\text{kg}$  ,  $\theta_1 = 45^\circ$  ,  $\theta_2 = 30^\circ$  .

משחררים את המסות הנקודתיות מ מצב מנוחה והן מחליקות על המישוריים

המשופעים.

חשב את תאצת העגלה ביחס לקרקע (גודל וביוון).

**6) מכוניות משולשת\*\***

בציוויל מתוארכת מכונית משולשת עם זווית ראש  $\theta$ .

על המכונית ישנה מסה  $M$  ובין המכונית למסה קיימים חיכוך.

$$\text{נתון כי: } \mu_s = 0.2, \mu_k = 0.6.$$

א. מהו התנאי שהתאוצה  $a$  צריכה לקיים על מנת שהמסה לא תחליק מטה?

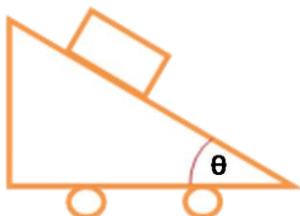
$$\text{ב. כעת, נתון כי } a = 0.2g.$$

חשב את תאוצת הגוף במערכת העגלת.

$$\text{ג. חשב את תאוצת הגוף במערכת המעבדה } (a = 0.2g).$$

ד. כעת נתון כי העגלת נעה שמאלה.

מה צריכה להיות התאוצה הקרטית שמאלה של העגלת כדי שהמסkolות תינתק מהמיישור המשופע?

**תשובות סופיות**

$$(1) \text{ קומות 0-2 : } 42\text{kg}, \text{ קומות 2-12 : } 70\text{kg}, \text{ קומות 12-15 : } 91\text{kg}$$

$$(2) \text{ ימינה. } a_x = g \tan \alpha$$

$$(3) t = 1.83\text{sec}$$

$$(4) a_2 = -2(a_0 + g) \frac{2m_2 - m_1}{2m_2 + m_1}, \quad a_1 = \frac{2m_2 - m_1}{4m_2 + m_1} (a_0 + g) \text{ א.}$$

$$\text{ב. } t = \sqrt{\frac{(4m_2 + m_1) \cdot 2}{(m_1 - 2m_2)(a_0 + g)}}$$

$$(5) a_M = 1.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(6) a = 1.33g \text{ .ג.} \quad a_x = 0.4g, a_y = 0.15g \text{ .ג.} \quad a_x' = 0.256g \text{ .ב.} \quad a \geq 0.48g \text{ .א.}$$

## כוחות מדומים במערכת מסתובבת - הцентрיפוגלי והקוריאוליס

### רקע

הכוחות מדומים הנוספים במקורה של צופה מסתובב ב מהירות זוויתית קבועה :

#### הכוח הцентрיפוגלי

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$$

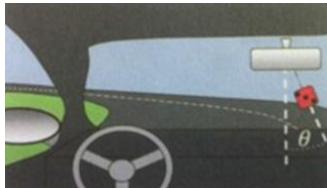
$$\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

#### כוח קוריאוליס

$$\vec{F}_c = -2m\omega \times \vec{v}$$

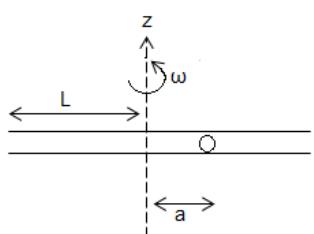
## תרגילים עם הקוריואוליס והцентрיפוגלי:

שאלות:



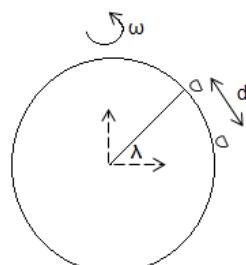
- 1) מכוניות בסיבוב עם קובייה תלולה**  
נהג מסתובב עם מכוניתו סביב כיכר שדריווה  $R = 50\text{m}$ , ב מהירות  $v = \frac{\text{m}}{\text{sec}} 20$ . על מראת המכונית תלולה קובייה ש מסטה  $m = 0.1\text{kg}$ .

- ב מערכת הייחוס של הנהג, מהו הכוח המדומם (הכוח המרכזי-פוגלי) הפועל על הקובייה?
- מצאו, פעמיים ב מערכת הייחוס של צופה מן הצד ופעמיים ב מערכת הייחוס של הנהג, את הזווית בה תלולה הקובייה ביחס לאנך בשוויי-משקל.

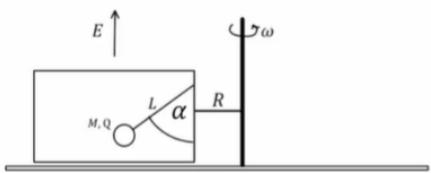


- 2) כדור ב津ור מסתובב**  
津ור גלילי באורך  $L$  מסתובב ב מהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר אנכי הניצב ל津ור ועובר במרכזו. גופו בעל מסה  $m$  נעל לאחיזה בתוך津ור. נתון כי הגוף מתחילה מנוחה ובמרחק  $a$  ממרכז津ור. (לצורך השאלה יש להתעלם מכוח הכבידה).

- מצאו את הכוחות הפועלים על החלקיק ב מערכת津ור בזווית津ור.
- חשב את המהירותים כפונקציה של הזמן וכפונקציה של המרחק מהציר.
- פתרו את המשוואה הדיפרנציאלית בעזרת הכפלת  $b - z$ .
- מצאו את הזמן בו הגוף י יצא מ津ור.
- רשוום את משוואת התנועה של הגוף津ור ב מידת וקיים כוח אחיזה ומוקדם החיצוני הקינטי נתון  $a$ .



- 3) סירה יורה פגז**  
סירה נמצאת בקו רוחב  $\lambda$  יורה פגז ב מהירות  $v$  לעבר סירה אחרת הנמצאת ב מרחק  $d$  ממנה לכיוון דרום. נתון מהירות津ור הארץ היא  $\omega$ .  
מצאו את הסטייה במיקום הפגז בעקבות כוח קוריואוליס. הזנה את ההשפעה של הכוח על רכיבי המהירות בכיוון מזרח מערב ובכיוון אנך津ור הארץ. הנח כי הפגז נעה בקו ישר והתעלם מהתנועה הבליסטיות.

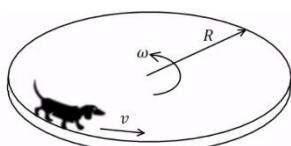
**4) מוטולת בתוך תיבה מסתובבת**

תיבה קשורה בחבל שאורכו  $R$  למוטולת המסתובבת ב מהירות זוויתית  $\omega$ .

תולים מוטולת שאורכה  $L$  ומסתה  $M$  מהקיר של התיבה.

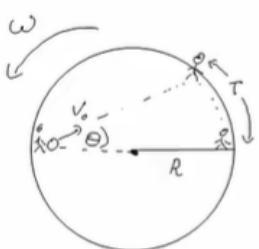
המסה שבקצתה המוטולת היא גוף בעל מטען חשמלי  $Q$  הנמצא בשדה חשמלי  $E$  כלפי מעלה (גוף טוען הנמצא בשדה חשמלי מרגייש כוח שגודלו  $QE$  וכיוונו בכיוון השדה החשמלי).

חשבו את הזווית של המוטולת עם הקיר במצב שיווי משקל.  
הנינו ש-  $\alpha \ll L \sin \alpha \ll R$ .

**5) זיגי הולך על השפה של דיסקה מסתובבת**

זיגי הכלב רץ ב מהירות קבועה  $v$  לאורך היקפה של דיסקה המסתובבת ב מהירות זוויתית  $\omega$ .  
ה מהירות  $v$  נתונה ביחס לדיסקה.

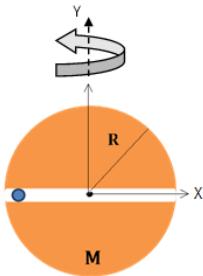
משקלם של זיגי הוא  $m$  ורדיוס הדיסקה הוא  $R$ .  
מהו כוח החיכוך הפועל על זיגי מהדיסקה (גודל וכיוון)?

**6) יוסי ודני מתמסרים על דיסקה מסתובבת**

יוסי ודני עומדים זה מול זה על גבי דיסקה בעלת רדיוס  $R$  המסתובבת ב מהירות זוויתית  $\omega$  סביב צירה.  
האנשים קבועים במקומות על שפת הדיסקה כאשר מרכז הדיסקה נמצא בדיקוק ביןיהם.

יוסי מגלגל כדור קטן על הדיסקה שמניע לדני בעבר זמן  $T$ .  
א. מצא את מהירות הזריקה (גודל וכיוון) יחסית לדיסקה.  
בעצם החישוב במערכת המעבדה.

ב. מצא את משוואת התנועה של המסה במערכת הדיסקה בעזרת מערכות קוואורדינטות פולריות היחסית למערכת ומרכז הדיסקה.



7) **חלקיק במנהרה**  
 חלקיק נקודתי בעל מסה  $m$  נע בתוך מנהרה ישרה העוברת במרכז כדור הארץ (הנח כי מסת כדור הארץ ורדיוסו ידועים וצפיפותו אחידה).  
 נתון גם כי כדור הארץ מסתובב ב מהירות זוויתית  $\omega$ .  
 על החלקיק פועל כוח חיכוך השווה ל-  $N$  כאשר  $N$  הוא הכוח הנורמלי הפועל מזרוף המנהרה.

א. מהו גודל כוח הכבוד בתוך הכדור כתלות במרחק ממרכזו?

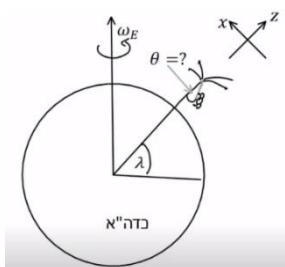
$$\text{התיאיחס לנוסחה המלאה של כוח הכבוד: } \vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r}$$

(כאשר  $G$  הוא קבוע נתון,  $r$  הוא המרחק ממרכזו הcéדור).

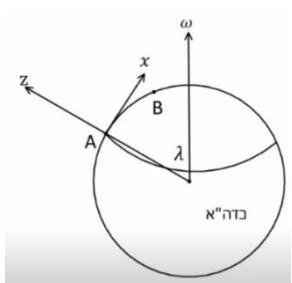
ב. מהם הכוחות המרכזייפוגלי וקוריאוליס הפועלים על החלקיק כתלות במקומות ובמהירות?

ג. מהו כוח החיכוך הפועל על החלקיק?

ד. רשמו משוואות התנועה עבור רכיב המיקום לאורך ציר ה- $x$  במערכת מסתובבת.



8) **עכבייש מטפס על עץ**  
 עץ דקל נמצא בקו רוחב  $\lambda$  וכיומו מקביל לרדיויס כדה"א (הנח שגובהו זניח ביחס לרדיויס כדה"א).  
 עכבייש מטפס במהירות קבועה במעלה חוט שטווה המחבר לעץ.  
 מצא את הזווית שיווצר החוט עם העץ.  
 הנח כי תאוצת הכבוד  $g$  כבר כוללת את התיקון הцентрיפוגלי וכי הזווית עם העץ קטנה ולכן ניתן להזניח את רכיבי המהירות בציריהם  $y$ ,  $R_E$ ,  $\omega_E$ ,  $v$  (התיאיחס ל-  $x$  בנתונים).

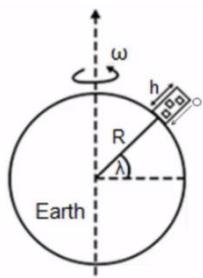


9) **פג' עם כנפיים**

$$\text{פג' עם כנפיים נורה במהירות } v = 4 \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$$

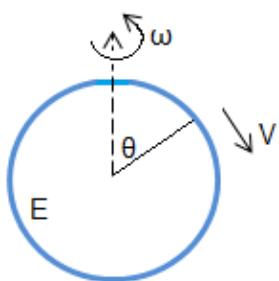
בגלל הכנפיים, הפג' עף בגובה קבוע מעלה פני כדה"א. הפג' יוצא מנקודה A הנמצאת בזווית  $5^\circ$  מ-  $x$  הסיבוב של כדה"א ומגיע לנקודה B הנמצאת במרחק  $d = 5 \text{ Km}$  צפונית לנקודה A.

ניתן להניח כי  $R_E < d$  ומכאן שקו הרוחב של B זהה לזה של A. חשב את הזווית בה צריך לירות את הפג' ביחס לקו האורך המחבר בין A ל-B כך שיגיע בדיקוק לנקודה B.  
 רמז: מומלץ לשים לבגדלים בשאלת ולבנות הונחות בהתאם.

**10) כדור משוחרר מגג בניין**

כדור משוחרר ממנוחה מגג בניין בגובה  $h$  הנמצא בקוטר רוחב  $\lambda$ .

חשב את הסטייה של הכדור הנובעת מכוח קוריוליס.  
הזנה את כל ההשפעות של הכוח המרכזי.

**11) הפרש גבהים בגדות נהר**

נהר זורם במהירות  $v$  מצפון לדרום.

מיקום הנהר הוא בזווית  $\theta$  ביחס לציר הסיבוב של כדור הארץ.

נתון רדיוס כדור הארץ ורוחב הנהר  $D$ .

המהירות הזוויתית של כדור הארץ היא  $\omega$   
מצאו את הפרש הגבהים בין גdots הנהר.

**12) חבילת סיוע לכפר**

כפר הנמצא בקוטר רוחב  $\lambda$  בחצי היקטור הצפוני נדרש לסייע הומניטרי.

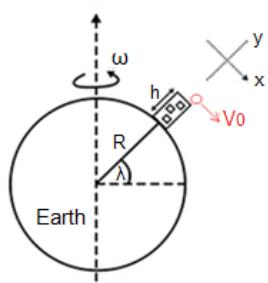
מטוס סיוע טס בגובה  $H$  מעל הכפר במהירות אופקית  $v_0$  ובכיוון צפון.

המטוס משחרר חבילת סיוע לכפר.

א. חשבו את כוח קוריוליס, בצעו הזרחות מתאימות.

ב. האם הסטייה בנקודת הנפילה של החבילה היא מזרחית או מערבית?

ג. חשב את הסטייה מהכפר כתוצאה מכוח קוריוליס  
(הניחו שאין סטייה צפונה או דרומה).

**13) זריקה אופקית עם קווריאוליס ללא הזנחות**מסה  $m$  נזרקת אופקית ממגדל בגובה  $H$ .המגדל נמצא בקו רוחב  $\lambda$ .

נתון :

R - רדיוס כדור הארץ.

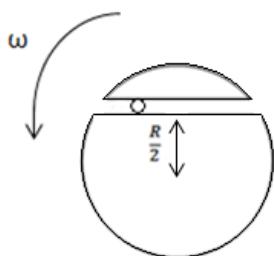
 $v_0$  - מהירות התחלתית של המסה.

g - תאוצה הכלוב בקטבים.

 $\omega$  - מהירות זוויתית של כדור הארץ.הנה כי  $R < a$  וכי ניתן להזנitch את השינוי בכוח המרכזייפוגי ואת השינוי בקו הרוחב במהלך התנועה.

א. חשב את משוואות התנועה במערכת ייחוס של המגדל.

ב. פטור את משוואות התנועה.

ג. בדוק מה קורה בגבול  $-R\omega^2$  ? פתח עד סדר שני ב-  $\omega t$ .**14) דיסקה מסתובבת וגוף בתעלת שאינה במרכז**בדיסקה ברדיוס  $R$  ישנה תעלת ישרה למרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז הדיסקה.הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ .כוח מושך גוף בעל מסה  $m$  לאורך התעלת כך שמהירות הגוף היא :  $R\omega = v$  יחסית לדיסקה.

א. מה גודלו של הכוח המשיע את המסה אם נתון שאין חיכוך בין המסה לתעלה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מדפנות התעלה?  
(התעלם מכוח הכלוב).ג. במידה והכוון המושך את המסה לא היה פועל, והגוף היה מתחילה לנעה מקצת התעלה במהירות התחלתית  $R\omega = v$  כלפי פנים,  
מה הייתה מהירות הגוף במרכז התעלה?

**תשובות סופיות:**

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR} . \text{ב} \quad v' = 0 . \text{א} \quad (1)$$

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}, \vec{F} = 2m\dot{r}\omega(-\hat{\theta}) . \text{א} \quad (2)$$

$$r(t) = a \cosh(t), v(t) = \dot{r} = \omega a \sinh(t) . \text{ב}$$

$$-\mu 2m\omega \dot{r} + m\omega^2 r = m\ddot{r} . \text{ט} \quad t_{end} = \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{L + \sqrt{L^2 - a^2}}{a} \right) . \lambda$$

$$z = \frac{\omega d^2}{v} \sin \lambda \quad (3)$$

$$\cos \alpha = \frac{mg - QE}{m\omega^2 L} \quad (4)$$

$$\vec{f} = -m \left( \omega^2 R + 2\omega v + \frac{v^2}{R} \right) \hat{r} \quad (5)$$

$$\left| v_{ball,disk} \right|^2 = \left( \frac{R}{T} (\cos \omega T + 1) \right)^2 + \left( \frac{R}{T} \sin \omega T + \omega R \right)^2, \tan \theta_{ball,disk} = \frac{\cos \omega T + 1}{\sin \omega T + \omega T} . \text{א} \quad (6)$$

$$\tilde{\omega}^2 r = \ddot{r}, -2\tilde{\omega} \dot{r} = r \ddot{\omega} . \text{ב}$$

$$N = -2m\omega \dot{x} \hat{z} . \text{ז} \quad \vec{F} = m2\omega \dot{x} \hat{z} . \text{ב} \quad F(r) = -\frac{GMm}{R^3} x \hat{x} . \text{א} \quad (7)$$

$$-\frac{GM}{R^3} + \omega^2 x - 2\mu\omega \dot{x} = \ddot{x} . \text{ט}$$

$$\cos \theta = \frac{g}{\sqrt{\omega_E^4 R_E^2 \cos^2(\lambda) \sin^2(\lambda) + 4\omega_E^2 v^2 + g^2}} \quad (8)$$

$$\alpha = 5.185 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

$$y = -\omega \cos(\lambda) g \frac{1}{3} \left( \frac{2h}{g} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{2mv\omega \cos \theta}{-mg + m\omega^2 R_E \sin^2 \theta} \quad (11)$$

$$\text{ב. מזרחה.} \quad 2m(gt\omega \cos \lambda + v_0\omega \sin \lambda) \hat{z} . \text{א} \quad (12)$$

$$\frac{g}{3} \left( \frac{2H}{g} \right)^{\frac{3}{2}} \omega \cos \lambda + v_0 \omega \sin \lambda \frac{H}{g} . \text{ז}$$

(13) ראה סרטון.

$$v(x=0) = \frac{1}{2} \omega R . \text{ז} \quad N = \frac{3}{2} m\omega^2 R . \text{ב} \quad F = -m\omega^2 x . \text{א} \quad (14)$$

# פיזיקה 1

## פרק 8 - עבודה ואנרגיה

### תוכן העניינים

|           |  |
|-----------|--|
| 115 ..... | 1. שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה .....  |
| 119 ..... | 2. חישוב עבודה לכוח לא קבוע .....          |
| 121 ..... | 3. חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית ..... |
| 122 ..... | 4. איך בודקים האם כוח הוא משמר .....       |
| 123 ..... | 5. נקודת שיווי משקל .....                  |
| 125 ..... | 6. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות .....    |
| 127 ..... | 7. חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר ..... |
| 128 ..... | 8. הספק ונצלות .....                       |
| 131 ..... | 9. תרגילים מסכמים .....                    |
| 135 ..... | 10. תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית ..... |

## שמור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה

### רקע

עבודה של כוח קבוע :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין הכוח להעתק

הערות :

1. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועת) מתאפשרת.
2. אם הגוף לא זו או אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין עבודה כוללת לאנרגיה קינטית :

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \text{ אנרגיה קינטית}$$

כוח משמר :

1. **העבודה שמבצע הכוח אינה תלוי במסלול.** היא תלויות רק בנקודת בה התחיל הגוף ובנקודת בה סיים הגוף את התנועה.
2. **העבודה במסלול סגור מתאפשרת.**

$$W_c = -\Delta U$$

$$\text{האנרגיה הפוטנציאלית הכבידית } U_g = mgh$$

$$\text{האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית } U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

כאשר  $x$  הוא ההतארכות של הקפיץ ממצב רופיעי ו- $k$  הוא קבוע הקפיץ

$$E = E_k + U \quad \text{אנרגיה ( מכנית ) כללית :}$$

$U$  היא סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

$$E_i + W_{NC} = E_F \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$

$W_{NC}$  העבודה של הכוחות שאינם לשמורים

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות לשמורים (או העבודה של הכוחות שאינם לשמורים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

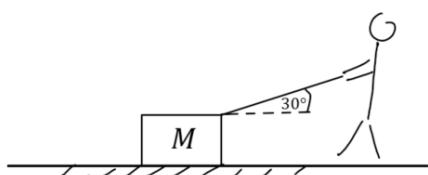
## שאלות

### (1) אדם מושך ארגז

אדם מושך ארגז שמסתו  $M = 5\text{ kg}$  באמצעות חבל ובזווית  $30^\circ$  מעלה ביחס לקרקע.

מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ .

האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שפעיל האדם הוא  $N = 80$ .



א. מהי העבודה שביצע האדם?

ב. מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?

ג. מהן העבודות שביצעו כוח הכבד  
והנורמל מהמשטח?

ד. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?

### (2) מהירות הארגז

בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחלил ממנוחה.

### (3) חישוב עבודה של כוח הכבד

אבן בעלת מסה  $2\text{ kg}$  נופלת מגג בניין בגובה 10 מטרים.

חשבו את העבודה שביצע כוח הכבד על האבן עד הפגיעה לקרקע.

חשבו פעמי אחד באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

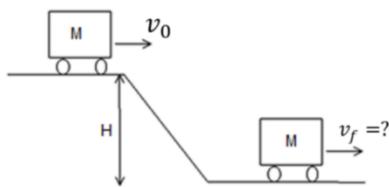
### (4) עגלת במדרון

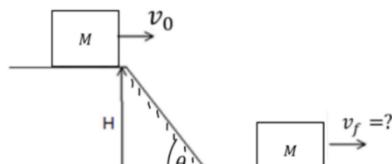
עגלת נעה על משטח ללא חיכוך.

העגלת מתחילה במעלה המדרון בגובה  $H$   
עם מהירות ההתחלתית  $v_0$ .

מצא את מהירות העגלת בתחתית המדרון.

נתונים:  $H$ ,  $v_0$ .



**5) קופסה במדרון עם חיכוך**

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית  $\theta$ .

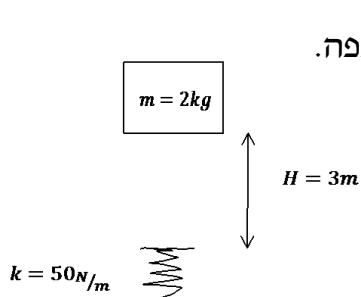
הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא  $v_0$

גובהה ההתחלתי הוא  $H$ .

מצא את מהירות העגלת בתחתית המדרון.

הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה.

נתונים :  $H$  ,  $\theta$   $\mu_k$  .

**6) מסה נופלת על קופץ**

קופץ חסר מסה, בעל קבוע קופץ של  $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , מחובר לרצפה.

משחררים ממנוחה מסה של  $m = 2\text{kg}$  הנמצאת בגובה 3 מטר מעל הקופץ.

א. מצא את הcyoz המקסימלי של הקופץ.

ב. מה הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה לאחר הפגיעה בקופץ.

**7) שתי מסות מחוברות, מדרון וקופץ**

מסה  $m_1$  נמצאת על מדרון משופע בזווית  $\theta$ .

המסה מונחת על קופץ בעל קבוע קופץ  $k$  המכובץ ב-  $d = \Delta x$ .

אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר

למסה  $m_2$  הנמצאת בגובה  $H$  מעל הרצפה.

המערכת משוחררת ממנוחה.

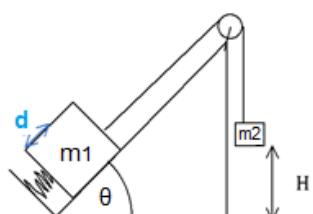
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של  $m_2$  .

נתון :

$$m_1 = 1\text{kg} , m_2 = 2\text{kg}$$

$$H = 3\text{m} , k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\theta = 30^\circ , d = 30\text{cm}$$



### תשובות סופיות

$$W_T = 135J \text{ .ג} \quad W_N = W_g = 0 \text{ .ג} \quad W_{fk} = -4J \text{ .ב.} \quad W = 139J \text{ .נ} \quad (1)$$

$$V_F \approx 7.35 \frac{m}{sec} \quad (2)$$

$$W_C = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 200J , \quad W_C = -\Delta U = -(U_F - U_i) = 200J \quad (3)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \quad (4)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH(1 - \mu_k \cot(\theta))} \quad (5)$$

$$mgH = mgh \text{ .ב} \quad \Delta x = 2m \text{ .נ} \quad (6)$$

$$V = 5.745 \frac{m}{sec} \quad (7)$$

## чисוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משווהה של המסלול

### שאלות

#### 1) חישוב עבודה במסלולים שונים

- חשבו את העבודה שמבצע הכוח:  $\vec{F} = xy\hat{i} + xx\hat{j}$  בין הנקודה  $A(0,0)$  לנקודה  $B(2,4)$ :
- דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.
  - דרך מסלול המקביל לציר ה- $x$  עד לנקודה  $C(2,0)$  ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה- $y$  עד לנקודה  $B$ .
  - דרך המסלול  $y = x^2$ .
  - דרך המסלול  $y(t) = 4t^2$ ,  $x(t) = 2t$ .

#### 2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח:  $\vec{F} = z\hat{x} + xz\hat{y} + 2y\hat{z}$ .

- חשבו את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה  $A(1,2,3)$  עד לנקודה  $B(2,3,5)$  כאשר המסלול יוצא מ- $A$  במקביל לציר ה- $Y$  עד לנקודה  $C(1,3,3)$  ולאחר מכן מ- $C$  במקביל לציר ה- $Z$  ועד לנקודה  $D(1,3,5)$  ולאחר מכן מהנקודה  $D$  במקביל לציר ה- $X$  עד לנקודה  $B$ .
- חשבו את העבודה של הכוח מהנקודה  $A(0,0,-1)$  עד הנקודה  $B(4,4,5)$  לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות:  $x(t) = 2t$ ;  $y(t) = t^2$ ;  $z(t) = 3t - 1$ .

**(3) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי**

$$\vec{F} = a(2x+4y)\hat{x} + b(4x-2y)\hat{y}$$

א. מצא תנאי על  $a$  ו-  $b$  כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל המתוואר ע"י:  $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$  כאשר הגוף מתחילה את תנועתו מהנקודה  $(R, 0)$ .

ג. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה המתווארת ע"י:  $\vec{r} = d \cos \theta \hat{x} + k \sin \theta \hat{y}$  כאשר הגוף מתחילה את תנועתו מהנקודה  $(d, 0)$ .

**תשובות סופיות**

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ נ.} \quad W_{A \rightarrow B} = 18 \text{ נ.} \quad W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} \text{ נ.} \quad (1)$$

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ נ.}$$

$$128J \text{ נ.} \quad 26.67J \text{ נ.} \quad (2)$$

$$W = k \cdot d (0 - 4a\pi + 4b\pi) \text{ נ.} \quad W = R^2 (0 - 4a\pi + 4b\pi) \text{ נ.} \quad \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow a = b \text{ נ.} \quad (3)$$

## чисוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית

**רקע**

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \cdot U$$

### שאלות

**1) חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית**

על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית  
הבאה :  $U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$ .

מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה  $(1, 0)$  אל הנקודה  $(2, 3)$ .

### תשובות סופיות

$$W_{ext} = 156J \quad (1)$$

## איך בודקים האם כוח הוא משמר

רקע

אם ורק אם  $\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ , אז הכוח משמר.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד

### שאלות

#### 1) דוגמה

נתון הכוח  $F$  :  $\vec{F} = -2xyx + (x^2 - z)y + y\hat{z}$ .  
בדקו האם הכוח  $F$  משמר.

### תשובות סופיות

1) משמר.

## נקודות שיווי משקל:

שאלות:

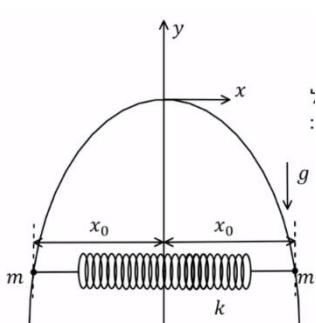


**1) שעון תלוי**

- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצתו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר.
- מצא באילו מצבים השעון יהיה בשווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שווי משקל הוא.
  - חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדין יכול להסתובב סביב המסמר).

**2) אנרגיה פוטנציאלית בשווי משקל**

- האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הfonקציה הבאה:  $U = (x-4)^2 + x^3$ .  
מצא את נקודת שווי המשקל ומניין אותה לסוגים הרלוונטיים.



**3) קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף**

תיל קשיח מכופף בצורה פרבולה המתאימה לפונקציה:  $y = -Ax^2$  כאשר  $A$  קבוע נתון.

- על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה  $m$ , אחד בכל צד.  
קפיץ אופקי בעל קבוע  $k$  ואורך רפי  $l$  מחבר בין החרוזים (ראה איור).  
חשב את המרחק האופקי  $x_0$  של כל חרוז מציר ה-  $y$  במצב של שווי משקל.

ניחס כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותוגובה.

הדרך: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כfonקציה של  $x$  בלבד.

### תשובות סופיות:

- 1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- $180^\circ$  שיווי משקל רופף.  
 ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

$$x_1, U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0 \quad (2)$$

$x_2, U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0$  ש.מ. רופף.

$$x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA} \quad (3)$$

## ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

**שאלות:**

**1) נקודת הביימניטה**

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר  $x$  בהשפעת כוח יחיד הנגור מהאנרגיה הפוטנציאלית:  $U(x) = 2x^4 - 36x^2$ .

נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודת בה  $m = 1.5$  מטר מהירותו שווה ל-  $v = 3 \frac{m}{sec}$ .

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזר על סעיף א', אם ערך המהירות היה:  $v = 3 \frac{m}{sec}$ .

**2) גמל דו דבשתי**

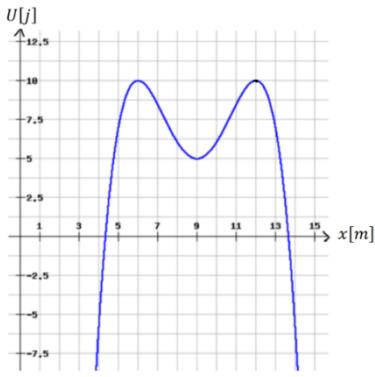
כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הcador כתלות במקומו:

א. שרטטו באופן איקוטי את הגרף של הכוח כתלות במקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הcador אם הוא משוחרר מ-  $7m = x$  ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצרכי לתת כדור במצב של סעיף ב' על מנת שהcador יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל? מיינו אותן לפי יציבותן וציין מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.



**3) שני גופים בפוטנציאלי אקספונצייאלי ריבועי**

שני גופים נמצאים על ציר ה-  $x$  ונתונים להשפעת הפוטנציאלי:  $U(x) = Axe^{-Bx^2}$  כאשר  $A, B$  הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסויםגוף אחד נמצא ב-  $x = 0$  והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב-  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$  והאנרגיה שלו

היא:  $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$ . איך ייפגשו הגוף? (בחר את התשובה הנכונה):

ב. הגוף לא ייפגש אף פעם

א. בתחום  $0 \leq x \leq -\sqrt{\frac{1}{B}}$

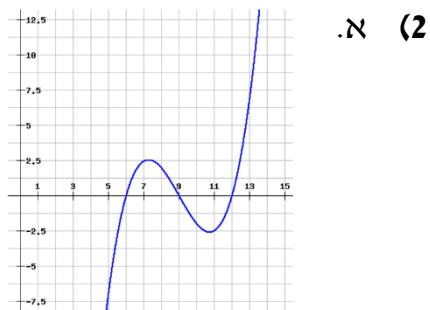
ד.  $x = 0$ .

ג. בנזודה  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$

**תשובות סופיות:**

ב.  $x = 6.81\text{m}$       א.  $x = -1.202\text{m}$       (1)

ב.  $x = 11\text{m}$       א.  $x = 2\text{ m}$  לשנייה.      (2)



- ב. מתחילה בתאוצה בכיוון החיובי עד  $x = 9\text{m}$  ו אז מתחילה להאט עד  $x = 11\text{m}$  שם עוצר רגעים ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.
- ג. 2 מטר לשנייה.
- ד. לא יציבה ,  $x = 9\text{m}$  יציבה ,  $x = 12\text{m}$  לא יציבה .
- א. (3)

## чисוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

שאלות:

**1) דוגמה**

מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח :  $y$

$$\vec{F} = -2xyx + (2-x^2)y$$

אם נתון ש :  $U(0,0) = 0$ .

**תשובות סופיות:**

$$U = x^2y - 2y \quad (1)$$

## הספק ונצילות

### רקע

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

הספק ממוצע :  
 $W$  - העבודה

הספק רגעי :  
 $F$  – הכוח ו-  $v$  היא מהירות הגוף

### שאלות

#### 1) כמה עולה להפעיל מזגן

כמה עולה להפעיל מזגן שהספק שלו 1 כוח סוס במשך שעה אחת?  
 יש לבדוק את תעריף חברת החשמל.

| חשבון דן חדש                                |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |   |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---|
| פירוט החייבים / היזכרים                     |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |   |
| מספר חשבון חודה: [REDACTED]                 |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |   |
| ניכוי מני                                   |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | ניכוי מני                                   |
| חשבון לתקופה מ- 13/01/2020 עד 15/03/2020    |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | חשבון לתקופה מ- 13/01/2020 עד 15/03/2020    |
| חייב בין צדקה מתח"י (לא כולל מע"מ)          |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | חייב בין צדקה מתח"י (לא כולל מע"מ)          |
| קריאות מונה מסטר [REDACTED] גברים הכהפלת: 1 |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | קריאות מונה מסטר [REDACTED] גברים הכהפלת: 1 |
| תעריף                                       |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | תעריף                                       |
| סה"כ בש"ת                                   |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            | סה"כ בש"ת                                   |
| סה"כ בש"ת                                   | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת                                   |
| עמך   | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך        | עמך   |
| 1/2/2020                                    | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020   | 1/2/2020                                    |
| בניה מני                                    | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני                                    |
| 15/03/2020                                  | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020 | 15/03/2020                                  |
| חדרה מני                                    | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני   | חדרה מני                                    |
| בניה מני                                    | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני                                    |
| טבילה                                       | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה                                       |
| בניה מני                                    | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני   | בניה מני                                    |
| טבילה                                       | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה      | טבילה                                       |
| סה"כ בש"ת                                   | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת                                   |
| סה"כ בש"ת                                   | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת                                   |
| סה"כ בש"ת                                   | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת  | סה"כ בש"ת                                   |

#### 2) מכונית מואיצה מ-0 ל-100

מכונית מתחילה לנסוע ממונחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות.  
 מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתרבצעה על המכונית?

ב. מהו הספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומונצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

#### 3) אופנווע נושא במקונית קבוע נגד התנגדות אוויר

אופנווע נושא במקונית קבוע קבואה של 100 קמ"ש.  
 נגדו פועל כוח התנגדות מהאויר של 300 ניוטון.  
 מהו הספק של המנוע, אם נניח שהספק מונצל במלואו?

#### 4) נצילות של 40 אחוז בדוגמה של המכונית המואיצה

בדוגמה "מכונית מואיצה מ-0 ל-100" מה הספק של המנוע אם הנצילות שלו היא 40%?

**5) הספק ממוצע לשנות מהירות**

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכוניות בעלת מסה של 2 טון,

$$\text{כדי לשנות את מהירותה מ-} 9 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \text{ ל-} 27 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \text{ בתוך } 4 \text{ sec ?}$$

מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

**6) רכבת צעכו עוצב חשמלית**

רכבת צעכו עוצב חשמלית מרכיבת מ-10 קרונות.

הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד.

שאר הקרונות עמוסים בצעכוים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד.

כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של الكرון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפועל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על الكرון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפועל בחיבור בין הקרון השני לשישי על الكرון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנועים (בהתהה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?

**7) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**

כוח ייחיד הפועל על גוף שמסתו 4kg, הכוח פועל בכיוון התנועה

ומיקום כתלות בזמן של הגוף הוא:  $x = 2 + 3t + t^2$  ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שմבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב-sec ?  $t = 2$

### תשובות סופיות

$$\text{א} \quad 45 \text{ אגורות.} \quad (1)$$

$$\text{ב.} \quad p = 51.7 \text{HP} \quad \Delta E_k \approx 385,800 \text{J} = W_{\sum \vec{F}} \quad (2)$$

$$\text{ג.} \quad p = 11.18 \text{HP} \quad (3)$$

$$\text{ד.} \quad 135 \text{ כ"ס.} \quad (4)$$

$$\text{ה.} \quad F = 2500 \text{N}, \quad \bar{p} = 16.76 \text{HP} \quad (5)$$

$$\text{ו.} \quad W_{1 \rightarrow 2} = 600 \text{J} \quad \text{ז.} \quad E_{k_1=100 \text{J}} = E_{k_2} \quad \text{ט.} \quad \Delta t = 3.5 \text{ sec.} \quad (6)$$

$$\text{ח.} \quad p = 97.7 \text{W} \quad \text{ט.} \quad W_{3 \rightarrow 2} = 1200 \text{J} \quad (7)$$

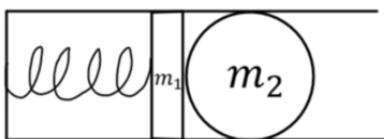
$$\text{ט.} \quad p(t=2) = 56 \text{W} \quad \text{ו.} \quad W = 144 \text{J} \quad (7)$$

## תרגילים מסכימים:

### שאלות:

#### 1) קפץ יורה כדור

הלווע של רובה צעצוע מורכב מקפץ בעל קבוע  $k$  ובוכנה בעלת מסה  $m_1$ .  
בטעינה דוחפים כדור בעל מסה  $m_2$  ודורכים את הקפץ.



הכיווץ של הקפץ הוא  $\hat{p}$ .

ברגע הירוי הקפץ משוחרר ממנוחה.

א. באיזה רגע הcador מנטק מגע מהבוכנה?

ב. מהי מהירות הcador ברגע זה?

#### 2) כוח כפונקצייה של מיקום, קפץ וחיכוך

מסה  $m$  נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומחוברת לקפץ בעל קבוע  $k$ .

החל מ- $x=0$  פועל על המסה כוח התלוי במיקום:  $\vec{F}(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$ .

כל היחידות בשאלת הונצחים סטנדרטיות.

ב- $x=0$  המסה נמצאת בראשית עם מהירות התחלתית  $v_0$  והקפץ רופיע.

$$\text{נתונים: } v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \mu_k = 0.3, k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}, m = 2\text{kg}$$

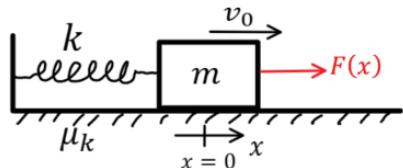
א. רשמו ביטוי לתאוצה המסה כתלות במיקום  $(x)$ , הנח כי התנועה תמיד

בכוון החיובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מתחילה התנועה ועד אשר  $x=0.5\text{m}$  ?

ד. מהי מהירות של המסה כאשר מיקומה  $x=0.5\text{m}$



**(3) כוח כפונקציה של זמן במישור משופע**

מסה  $m = 5\text{kg}$  נמצאת על מישור משופע לא חלק.  
על המישה פועל כוח התליי בזמן ( $t$ )  $F$  שדוחף אותה במעלה המישור.

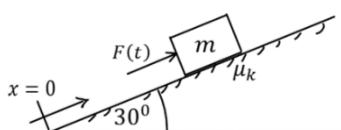
$$\text{מהירות המשא ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה: } v(t) = 3t^2 + 2t \text{ .}$$

$$\text{מקדם החיכוך הוא: } \mu_k = 0.2 \text{ ונתון כי: } x(t=0) = 0 \text{ .}$$

כל הידידות הן ייחidot סטנדרטיות.  
זווית המישור היא 30 מעלות.

א. (1) היכן נמצא הגוף ב-  $t = 2\text{sec}$  ?

(2) מהו גודל הכוח  $F$  ברגע זה?



ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא:  $? \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב'?

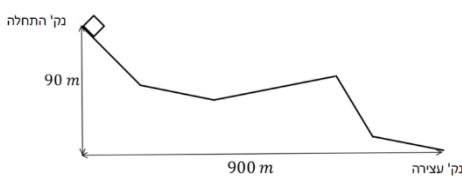
ד. מהי העבודה הכוח  $F$  מרגע  $t = 0\text{sec}$  ועד  $t = 3\text{sec}$  ?

**(4) קופסה מחליקה על מקטעים ישרים**

קופסה משוחררת ממנוחה ומתחליה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע, אך מורכב מקטעים ישרים בלבד.

בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיימים  
חיכוך והקופסה נעזרת בנקודת המרחקת  $900\text{m}$  אופקית ו-  $-90\text{m}$  מתחת  
נקודה בה התחליה.

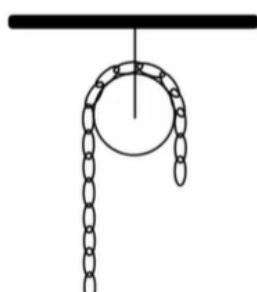
חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.

**(5) שרשרת על גלגלת**

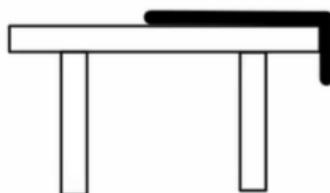
שרשרת בעלת מסה  $M$  ואורך  $L$  מונחת על גלגלת  
אידאלית התלויה מהתקרלה.

השרשרת מונחת כך שרבע מהשרשרת מצד אחד של  
הgelgalת ושאר השרשרת מצד השני.  
הנח שהחלק על הגלגלת עצמה זניח.  
המערכת משוחררת ממנוחה.

מצאו את מהירות השרשרת ברגע שהקצה האחרון  
שלה עבר את הגלגלת.



## 6) חבל מחליק משולחן אנרגיה ומשוואות תנועה\*



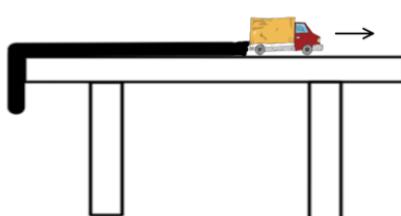
חבל באורך  $L$  ומסה  $M$  מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך  $d$  נשטט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה.

- רשמו את האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית במהלך החלקת החבל.

- השתמשו בשימור אנרגיה ומצאו את משוואת התנועה של החבל.

- השתמשו במשוואת התנועה ומצאו את מהירות החלקת כל החבל מהשולחן למיטה.

## 7) משאית מושכת חבל על שולחן (כולל משוואות דיפרנציאליות)\*



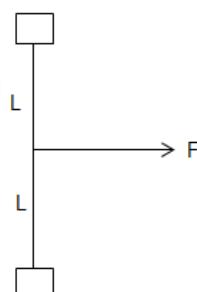
משאית צעכוע גוררת בכוח קבוע  $F$  חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$ , התלו依 מקצה השולחן. בהתחלה החבל במנוחה ותלו依 כולם לפני מיטה. אין חיכוך בין החבל לשולחן. שים לב שהכחשה שהמשאית מפעילה קבוע ולא מהירותה שלה.

- כמה עבודה עשויה המשאית עד שכל החבל נמצא על השולחן?

- כמה חבל מונח על השולחן בזמן  $t$  בלבד?
- פתרון מtopic משוואת האנרגיה ובודוק את התשובה מtopic שיקולי כוחות.

$$x(t) = Ae^{\sqrt{\alpha}t} + Be^{-\sqrt{\alpha}t} - \frac{C}{\alpha} \quad \ddot{x} = \alpha x + C$$

כאשר  $A$  ו-  $B$  צריכים למצוא מתנאי ההתחלת.



## 8) חוט מושך שני מסות מחוברות בחוט\*\*

חוט חסר מסה באורך  $L$  מתרבר שני מסות הנעות במשור אופקי ללא חיכוך.

כוח אופקי קבוע ונתון מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט.

הניח שהמסות מתנגדות ונבדקוות בהתנגשות.

כמה אנרגיה הולכת לאיבוד בהתנגשות?

**תשובות סופיות:**

$$V = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}} . \text{ ב} \quad \text{1) א. בנקודת הרפיוון של הקפיא.}$$

$$W = 0.75J \quad \text{ג.} \quad x = 0.738m \quad \text{ב.} \quad a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3 \quad \text{א. 2}$$

$$V = 4.64 \frac{m}{s} . \text{ ט}$$

$$E_k = 62.5J \quad \text{ג.} \quad x = 2m \quad \text{ב.} \quad F = 103.7N \quad (2) \quad x = 12 \quad (1) \quad \text{א. 3}$$

$$W = 3935J \quad \text{ט.}$$

$$0.1 \quad \text{4}$$

$$V = \sqrt{\frac{3gL}{8}} \quad \text{5}$$

$$\ddot{y} = \frac{gy}{L} . \text{ ב} \quad E = \frac{1}{2} MV^2 - \frac{M}{2} g \frac{y^2}{2} . \text{ א. 6}$$

$$V(y=L) = \sqrt{\frac{g}{L}(L^2 - d^2)} . \text{ ג.}$$

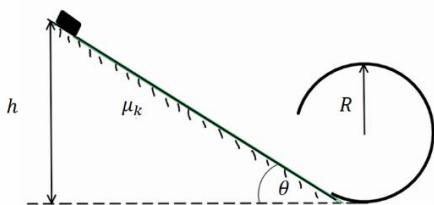
$$\alpha = \frac{g}{L} \quad C = \frac{F}{M} - g . \text{ ב.} \quad x(t) = \frac{C}{2\alpha} \left( e^{\sqrt{\alpha}t} + e^{-\sqrt{\alpha}t} - 2 \right) . \text{ א. 7}$$

$$\Delta E = F \cdot l \quad \text{8}$$

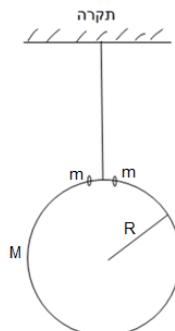
## תרגילים מסכימים כולל תנועה מעגלית:

**שאלות:**

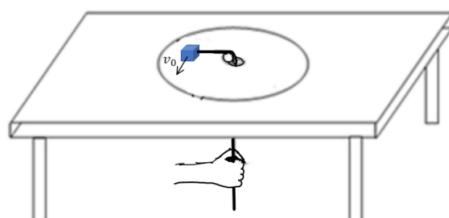
- 1) **תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע**  
**גוף בעל מסה  $m$  מחליק על גבי מסילה המתוירת באורך.**  
**מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא  $\mu_k$ .**  
**זווית המישור היא  $\theta$ .**  
**החלק המעגלי חסר חיכוך.**  
**מצא את  $h$  הנמוך ביותר עבورو הגוף ישלים סיבוב בחלק העגול.**



- 2) **שני חרוזים על טבעת מתווממת\***  
**טבעת בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  תלואה מהתקarra**  
**באמצעות חוט. מניחים בקצת העליון של הטבעת שני**  
**חרוזים בעלי מסה זהה  $m$ .**  
**החרוזים מתחילהים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת.**  
**מצא את היחס בין המסות הדרושים על מנת שהטבעת**  
**תתרוםם במהלך נפילת הבדורים.**



- 3) **מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז\***  
**מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס  $R$  ובמהירות  $v_0$ .**  
**חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובד דרך גלגלת אידיאלית וחור בשולחן.**  
**מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.**  
**א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב-  $r$  (המרחק ממרכז הסיבוב).**  
**השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בכיוון  $\hat{\theta}$ .**  
**ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס  $R$  כלשהו הקטן**  
**מ-  $R$  זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה.**  
**בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.**



### תשובות סופיות:

$$h_{\min} = \frac{2.5R}{1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta}} \quad (1)$$

$$\frac{m}{M} \geq \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2} \quad (3)$$

ב. הוכחה.

# פיזיקה 1

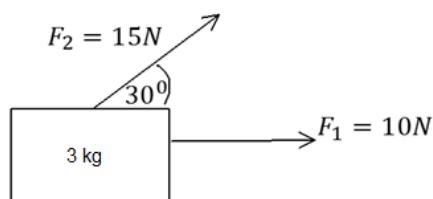
## פרק 9 - מתקף ותנע

### תוכן העניינים

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. מהו תנועה והחוק השני של ניוטון .....  | (ללא ספר) ..... |
| 2. מתקף .....                            | 137 .....       |
| 3. חוק שימור תנועה וכוחות חיצוניים ..... | 138 .....       |
| 4. סוגים התנגשויות .....                 | 139 .....       |
| 5. שימור תנועה בתנגשויות קצרות .....     | 140 .....       |
| 6. תנועה, סיכום .....                    | 141 .....       |
| 7. תרגילים יסודיים .....                 | 142 .....       |
| 8. התנגשויות קצרות ללא שימור תנועה ..... | 145 .....       |
| 9. תרגילים מסכמים .....                  | 146 .....       |

**מתוך:****שאלות:**

- 1) דוגמה לחישוב מתוך**  
שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות. מהי מהירות הכדור לאחר הביעת?



- 2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף**  
נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם. על הגוף פועלם הכוחות כמו תואר בציור במשך זמן של 0.5 שניות.  
א. מצא את המתוך שפועל כל כוח.  
ב. מצא את המתוך השקול הפעול על הגוף.  
ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פועל הכוחות אם התחיל ממנוחה.

- 3) מתוך של כוח ממוצע דוגמה**  
כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה. הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה מהירות.  
א. חשב את המתוך שפועל על הכדור.  
ב. מי מפעיל את המתוך הנ"ל?  
ג. חשב את הכוח הנורמלי הממוצע שפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

**תשובות סופיות:**

$$V_f = \frac{5\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$|J| = 12.1\text{N}\cdot\text{sec} \quad \text{ב.} \quad \vec{J}_1 = 5\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x}, \quad \vec{J}_2 = 7.5\text{N}\cdot\text{sec} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad V_y = \frac{3.75}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$\bar{N} = -20\text{N} \hat{x} \quad \text{ב. הכוח הנורמלי.} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \Delta \vec{P} = -4\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (3)$$

## חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

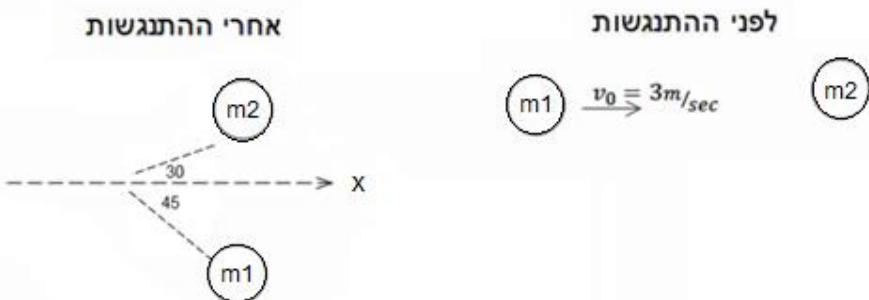
**שאלות:**

**1) דוגמה לשימור תנע**

כדור בעל מסה  $m_1$  ומהירות  $v_0$ , פוגע בכדור שני בעל מסה  $m_2$ . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- $x$  וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחתי לציר ה- $x$ .

$$\text{נתון : } m_1 = 3\text{kg} , m_2 = 2\text{kg} , V_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- א. מצא את גודל מהירות הגוף לאחר ההתנגשות.
- ב. מצא את המתќף שפועל על כל גוף.



**תשובות סופיות:**

$$V_1 = 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}} , V_2 = 3.29 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.}$$

$$\vec{J}_1 = -5.71\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x} - 3.29\text{N}\cdot\text{sec} \hat{y} , \vec{J}_2 = -\vec{J}_1 \quad \text{ב.}$$

## סוגי התנגשויות:

### שאלות:

#### 1) פיזור

כדור מס' 1 בעל מסה  $m$  ומהירות  $v_0$  מתרגש אלסטית בכדור מס' 2 בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. הזרות של כדור מס' 2 עם ציר ה- $x$  היא  $45^\circ$ . מצא את הזרות של כדור מס' 1 לאחר ההתנגשות.



### תשובות סופיות:

$$\theta = 71.56^\circ \quad (1)$$

## שימור תנועה בה Tangential קצירות:

**שאלות:**

**1) זיקוק מתפוצץ**

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.  
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלווה חלקים שווים בגודלם.  
משך זמן הפיצוץ הוא : 0.5sec

מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא :  $50 \frac{m}{sec^2}$  ומהירות החלק השני

היא :  $20 \frac{m}{sec} \hat{x} - 10 \frac{m}{sec} \hat{y} + 50 \frac{m}{sec} \hat{z}$

מהי מהירות החלק השלישי?

**תשובות סופיות:**

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

## תנע, סיכום:

### שאלות:

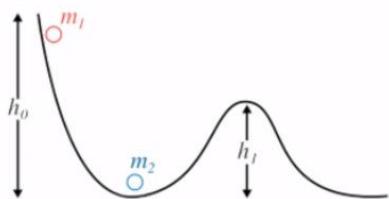
- 1) דוגמה עם מקדם תקומה  
 גוף בעל מסה  $m$  נע ב מהירות  $v$  על משטח אופקי חלק ומתנשא  
 בגוף בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה.  
 נתון כי ההתנשאות חד ממדיות ומקדם התקומה הוא 0.8.  
 מצא את מהירות הגוף לאחר ההתנשאות.

### תשובות סופיות:

$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

## תרגילים יסונים:

### שאלות:



- 1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים**  
 כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בشرطוט.  
 מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור  
 משוחרר על מנת שני ה כדורים יעברו את  
 המכשול כאשר:  
 א. ההתנגשות פלטית.  
 ב. ההתנגשות אלסטית.  
 (אין צורך לפתור את המשוואות).

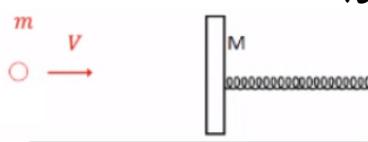


- 2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים**  
 בשאלת זו אין צורך לפתור את המשוואות.  
 שני כדורים מונחים כמתואר בشرطוט.  
 מה צריכה להיות מהירות ההתחלתית של הכדור הימני על מנת  
 שהכדור השמאלי עבר את המכשול:  
 א. בהתנגשות פלטית.  
 ב. בהתנגשות אלסטית.  
 כת נתון כי המסה השמאלית כבדה  
 פי 100 מהמסה הימנית.  
 בהינתן שההתנגשות אלסטית,  
 מה צריכה להיות מהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:  
 ג. הכדור השמאלי עבר את המכשול השמאלי.  
 ד. הכדור הימני עבר את המכשול הימני.



- 3) לא אלסטי לא פלטוי**  
 שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח  
 ללא חיכוך. יורם את המסה הימנית  
 במהירות 10 שמאליה.  
 נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלטית.  
 מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה  
 אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

- 4) יחס מסות בהתנגשות אלסטית**  
 שני כדורים מונחים על שולחן.  
 הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.  
 תאר את מהירותו הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:  
 א. מסת ה כדורים שווה.  
 ב. מסת הכדור השמאלי כפול פי 100 מזו של הימני.  
 ג. מסת הכדור הימני כפול פי 100 מזו של השמאלי.



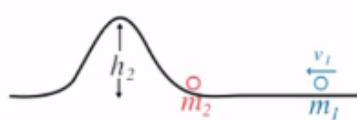
- 5) קליע لكפיץ בלי חיכוך**  
 קליע נורה אל קפוץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.  
 מהו הכווץ המקסימלי?  
 (אין חיכוך בשאלה).

#### 6) רתע באקדח

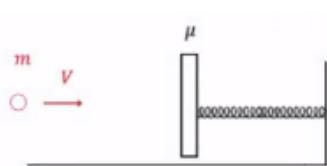
אקדח בעל מסה  $M$  יורה קליע בעל מסה  $m$  במהירות  $v$ .  
 מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?  
 כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?



- 7) תנע לבועיטה בכדור**  
 כדורגל מניף את רגלו לעבר כדור.  
 מסת הכדור  $m$  ומסת הרגל  $M$  והפגיעה אלסטית.  
 א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת  
 שהכדור יצא בדרך אל השער במהירות  $U$ ?  
 ב. פרשנify ספורטربים נהוגים לומר כי על דשא רטוב  
 הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?



- 8) מהירות למעבר מכשול פלסטי**  
 מהי המהירות המינימלית שצורך לתת למסה  
 הימנית על מנת שלאחר ההתנגשות פלסטית  
 הגוף יעבור את המכשול?



- 9) קליע لكפוץ עם חיכוך**  
 קליע נורה אל קפוץ לפי הנתונים  
 המופיעים בשרטוט.  
 מהו הכווץ המקסימלי בקפוץ,  
 אם נתנו מועד החיכוך בין המסה  $M$  לרצפה?

**תשובות סופיות:**

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_1 \text{ . ב. } \quad \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \text{ . נ. } \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \text{ . ג. } \quad \frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \text{ . ב. } \quad gh_2 = \frac{1}{2}u^2 \text{ . נ. } \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \text{ . ט.}$$

$$u_1 = 100 - u_2, 0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950 \quad (3)$$

ראה סרטון. (4)

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (5)$$

$$V_2 = -\frac{m}{M}V, E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (6)$$

$$P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu \text{ . ב. לא.}$$

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2 \text{ . נ. } \quad (7)$$

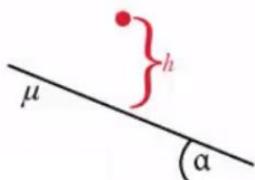
$$P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u \text{ .}$$

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh \quad (8)$$

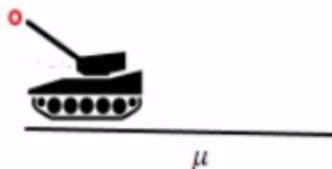
$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (9)$$

## התנשויות קצרות ללא שימור תנוע:

**שאלות:**



- 1) **התנשויות קצרה במדרון**  
 כדור בעל מסה  $m$  נפל אל מדרון לפי המתוואר בשרטוט.  
 נתון כי הכדור אינו מתרומם חזקה מעל המדرون לאחר הפגיעה.  
 מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.



- 2) **טנק וחיכוך קינטי**  
 טנק בעל מסה  $M$  יורה פגז בעל מסה  $m$   
 בזווית  $\alpha$  מעל האופק במהירות  $V$ .  
 הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.  
 מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

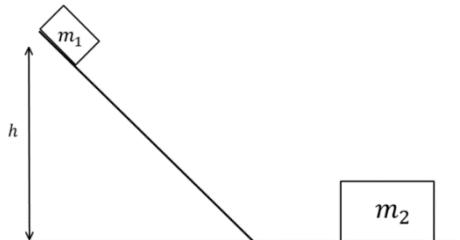
**תשובות סופיות:**

$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

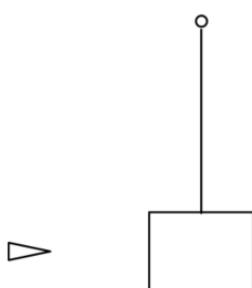
$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

## תרגילים מסכימים:

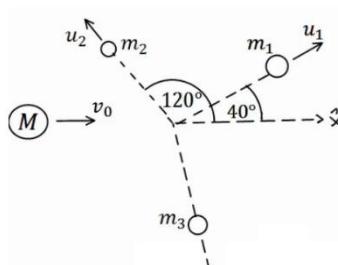
שאלות:



- (1) **גוף יורץ במדרון מתנגן ועולה חזרה**  
 גוף בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  משוחרר ממנוחה על מדרון משופע בגובה  $h = 1\text{m}$ .  
 בתחתית המדרון מונחגוף בעל מסה  $m_2 = 5\text{kg}$ .  
 הגוף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעה למשור האופקי והגוףים מתנגשים התרגשות אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגוףים למשטחים.



- (2) **קליע חודר מוטולת בליתטיה**  
 בול עץ בעל מסה  $2\text{kg}$  קשור לחוט ותלויה אנטית במנוחה.  
 קליע בעל מסה  $5\text{gr}$  נע במהירות  $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  פוגע בبول העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני במהירות  $v_2 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .  
 לאיזה גובה מקסימלי יגיע בול העץ?

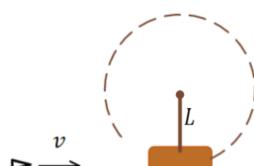


- (3) **פיצעה**  
 פיצעה בעלת מסה  $M = 13\text{kg}$  נעה באוויר במהירות קבועה  $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . ברגע מסוים, הפיצעה מתפוצצת לשולש חלקים קטנים יותר. מסת החלק הראשון היא:  $m_1 = 4\text{kg}$  והוא נע במהירות  $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $40^\circ$  ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השני היא:  $m_2 = 2\text{kg}$  והוא נע במהירות  $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $120^\circ$  ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא:  $m_3 = 7\text{kg}$ . מצא את מהירות החלק השלישי.

**4) איבוד אנרגיה**

- כדור בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  ו מהירות  $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  מתרחש בכדור בעל מסה  $m_2 = 3\text{kg}$  הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נעה בכוון  $30^\circ$  מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).  
 א. מצא את מהירות הגוף לאחר ההתנגשות.  
 ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

**5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)**

- 
- בול עץ בעל מסה  $M$  תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח חסר מסה באורך  $L$ . המוט ביחד עם בול העץ יכולים להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).  
 יורים קליע בעל מסה  $m$  ב מהירות אופקית  $v$  לעבר בול העץ. הקליע חודר את הבול ויוצא מצדיו השני ב מהירות  $v_f$ . יחד עם הקליע יוצאה גם חתיכה מהעץ (ב מהירות הקליע) וב מסה של 5 אחוז ממשת בול העץ.  
 מהי מהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי (שמעו לב שהמוט קשה)?

**6) אדם יורץ מכדור פורח**

- 
- אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באויר. משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ו מסתו של הכדור פורח (לא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור). האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת באמצעות החבל כלפי מטה.  
 א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי מהירות של הכדור פורח (גודלו וכיוונו)?  
 ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצעות (לפני שהוא מגיע לקרקע)?

**7) מסה על קרונית ואיובוד אנרגיה**

נתון כוח  $F$  קבוע המושך עגלה בעלת מסה  $m_1$  ללא חיכוך.

על העגלה נמצאת מסה  $m_2$  ובין המסות יש חיכוך.

נתון:  $m_2$ ,  $m_1$ ,  $F$ ,  $\mu_k$ ,  $\mu_s$ .

א. מה הכוח  $F$  המקסימלי עبورו המסה העליונה  
תחליק ביחס לתחנותה?

נניח כי הכוח  $F$  גדול מזה שחייבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן  $T$  נתון והמסה העליונה אינה נופלת מתחנותה.

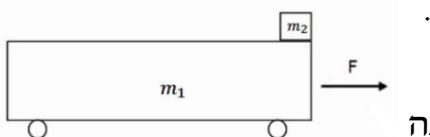
ב. מה הכוח  $F$  המקסימלי?

ג. מהי תאוצת הגוף, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן  $T$ ?

ד. כמה אנרגיה הולכת לאיבוד בזמן זה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגוף ( $v - T > t$ ) בהנחה שהמסה העליונה

עדין לא נופلت.



**8) מסה על שני קرونות**

נתונים שני קرونות על משטח חלק.

הקרון ימני במנוחה והקרון השמאלי נעה לעברו במהירות  $v$ .

על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עם הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון ימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן  $t = 0$  הקרן השמאלי פוגע בקרן ימני.

ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

א. متى תעבור המסה לקרון ימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרן ימני?

ג. מהי תאוצת הקרן ימני? כמה זמן תאוצה זו נשכחה?

ד. האם סעיף ב' ווי' תואמים בתשובותיהם?

**9) מסות שומרות תנע ונבדקות לקיר**

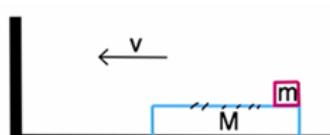
המסה  $m$  מונחת על גבי الكرונית  $M$  (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד ב מהירות  $v$  על גבי משטח

חלק לעבר קיר. התנgesות בקיר אלסטית.

מקדם החיכוך בין המסות הוא  $\mu$ .

א. מה תהיה מהירות המסה  $M$  לאחר זמן רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה  $m$ .

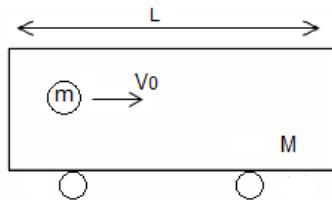


ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה  $M$  קטנה מהמסה  $m$ .

**10) כדור בקרונית**

כדור בעל מסה  $m$  ומהירות  $v_0$  נעה בתזוז קרונית בעלת מסה  $M = \alpha m$  ואורך  $L$ . הכדור מתגש בדופן הימנית של הקרונית התנשאות אלסטית.

(אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



- מהי מהירות הגוף לאחר ההתנגשות?  
בדוק עבור:  $\infty$ ,  $1$ ,  $0 = \alpha$ .
- כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

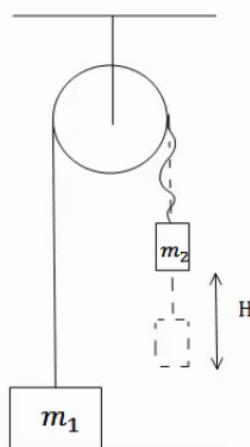
**11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפי**

שתי מסות  $m_1$ ,  $m_2$  תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה  $m_1$  נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה  $m_2$  תלואה באוויר.

מריימים את מסה  $m_2$  לגובה  $H$  נוספת כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

a. מצא את מהירות המסאה  $m_2$  לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתך.



b. כתת החוט נמתך. הנח שהחוט אינו אלסטי, ככלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל המתייחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי (והוא אינו רפי כמו בסעיף א').

מצאת השינוי הכלול בתנוע של שתי המשקלות (בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתך לבין הקטע מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

g. מצא את המתקף שפעילה התקarra על הגלגלת בזמן מתיחות החוט.

d. לאיזה גובה תעלה  $m_1$  בהנחה ש-  $m_2 > m_1$  ו-  $m_2$  לא מגעת לרצפה.

h. מהו המתקף שפעילה התקarra על הגלגלת מהרגע  $t=0$  ועד לרגע בו  $m_1$  מגיעה לשיא הגובה?

**12) מסה מתנגשת במשאית ונופלת**

מסה  $m$  מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך  $L$  ומסה  $5m$ . המסאה נועשת במהירות  $v$  לכיוון שמאל והעגלה נייחת.

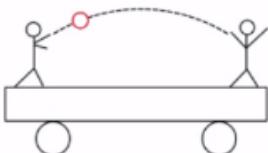


נתון כי ההתנגשות בין המסאה לבין העגלה היא התנשאות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסאה מהעגלה?

**13) רתע בתוך עגלת**

בתוך עגלת ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת ה الكرון.



מסת האנשים וה الكرון M ואורך ה الكرון T.

האדם זורק כדור בעל מסה m ב מהירות v אל עבר חברו.

- מה תהיה מהירות העגלת והאנשים שעלייה לאחר זריקת ה כדור?

- מה תהיה מהירות העגלת לאחר שהחבר יתפос את ה כדור?

- כמה זמן ה כדור ישחה באוויר?

- מהו המרחק אותו עברה העגלת במהלך זמן זה?

- תאר מה יקרה אם החבר ימסור חורה את ה כדור לחברו.

**14) אדם הולך על עגלת (מכיל תנועה יחסית)**

אדם בעל מסה M עומד על עגלת בעלת מסה m.

האדם מתחילה ללכט ב מהירות v ביחס לעגלת.

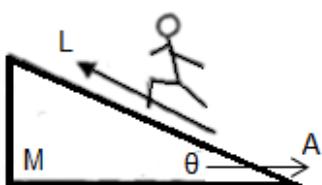
מצא את מהירות האדם והעגלת ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלת לרצפה.

**15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)\***

אדם שמסתו m רץ במעלה רמפה משופעת בזווית  $\theta$ .

מסת הרמפה היא M, והיא מונחת על משיכור חלק.

האדם מתחילה מנוחה והזמן הדרוש לו ב כדי לעבור דרך שאורכה L על פני הרמפה הוא T.



- מהי תאוצת האדם ביחס לرمפה?

- עקב הריצה נ הדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.

בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A.

- כמה זהה הרמפה ימינה בזמן T?

**16) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרונו משולש בעל גובה  $h = 3m$  חופשי לנوع

על משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא :  $M = 15kg$ .

מגללים כדור בעל מסה  $m = 5kg$

על המשטח לכיוון המדרון.

התיחס לכדור כל גוף נקודתי.



- מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את ה כדור כך שהוא יעזור (ביחס למדרון) לבדוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

- מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיעה לשיא הגובה?

- מהי המהירות הסופית של המדרון וה כדור?

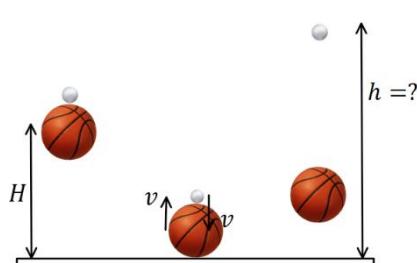
**17) מסה מחליקה בין שני טרייזים**

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על שני טרייזים זהים בעלי מסה  $M$  כל אחד.



המעבר מהטרייז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנעו על השולחן (ראו סרטווט).

לאיזה גובה מקסימלי יטפס הגוף על הטרייז השני אם גובהו ההתחלתי הוא  $h$ ?

**18) כדור גולף על כדורסל**

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה  $m = H = 1.5m$ .

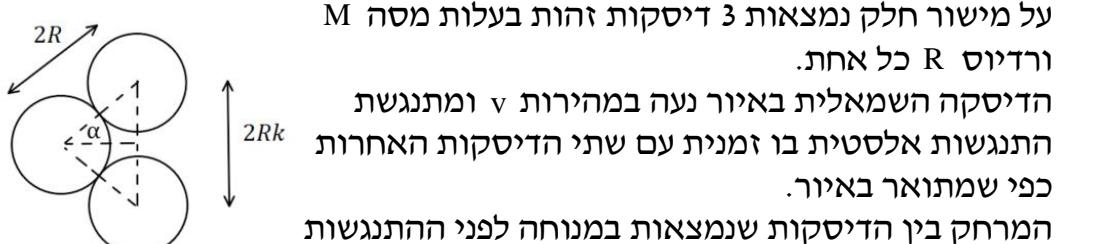
משחררים אותם ליפול ממנוחה. מה יהיה הגובה המרבי אליו הגיעו כדור הגולף אם נניח שככל ההתגשויות אלסטיות ומצחירות. מסת כדור הגולף היא:  $m = 46\text{gr}$  ומסת הכדורסל היא:  $M = 624\text{gr}$ .

**19) התנגשות אלסטית זהה בכל המערכת**

במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים  ${}_1m$  ו- ${}_2m$  היא  $E_k$ .

מצאו את האנרגיה הקינטית של הגוף במערכת אינרציאלית אחרת הנעה ב מהירות  $v_0$  ביחס למערכת המקורית.

השתמשו בתוצאה שקיבלו והראו כי אם במערכת מסוימת התנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

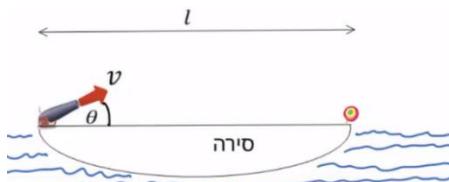
**20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה  $M$  ורדיוס  $R$  כל אחת.

הדיסקה השמאלית באירוע נעה ב מהירות  $v_0$  ומתנגשת בתנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באירוע.

המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי  $2Rk$  כאשר  $2 \leq k \leq 1$ .

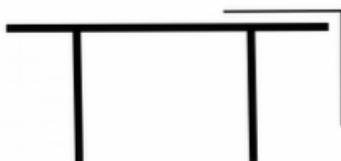
- מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית  $\alpha$  שבאים?
- עבור אילו ערכים של  $k$  הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**(21) סירה יורה פגז על מטרה בקצתה השני**

סירה באורך  $l$  נמצא על מים שקטים, בקצתה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצתה הימני נמצא מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$  ביחס לקרקע.

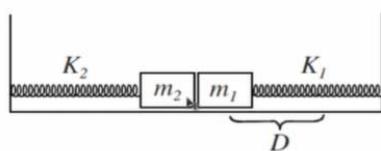
מסת הפגז היא  $m$  ומסת הסירה היא  $M$ .

מצא את המהירות  $v$  הדורשה בשבייל לפגוע במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

**(22) שרשרת מחליקה משולחן**

שרשרת בעלת אורך  $l$  ומסת  $m$  מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חצייה עדין מונח על השולחן.

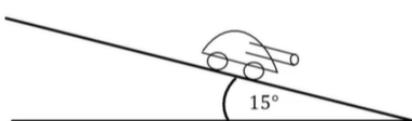
- מה תהיה מהירותה השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?
- ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך  $\mu$  קיים בין השרשרת לשולחן.

**(23) שתי מסות ושני קופיצים**

מסות מתחילה ממנוחה כבשרטוט.

המסה הימנית נמתחת מרחק  $D$  ימינה ומשוחררת. כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתיהן ממשיכות יחד.

- מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיז השמאלי?
- מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיז הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

**(24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון\*\***

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסויים מנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרוחך של 2 סניות בין הירי הראשוני לשני.

מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמוריד למדרון. הניחו של הטנק גלגלים וחיכוך בין המדرون זניח.

מה העתק המקסימלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

**תשובות סופיות:**

0.18m **(1)**

0.028m **(2)**

$u = 155 \frac{m}{sec}$  **(3)**

ב. לא אלסטית,  $J = 8.27$   $Q = 8.27$  **(4)**

$v_{min} = \left[ (m + 0.05M)v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m}$  **(5)**

ב. 0 א.  $0.75 \frac{m}{sec}$  **(6)** כלפי מעלה.

ב. תאוצה:  $a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g$ ,  $a_2 = \mu_k g$  :  $F \leq \mu_s g(m_1 + m_2)$ . **(7)**

מהירות:  $x_1(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2$ ,  $x_2(t) = \frac{1}{2}a_2 t^2$  : מיקום,  $v_1(t) = a_1 t$ ,  $v_2(t) = a_2 t$  :

$u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2}$  .**7**  $E = F \cdot \frac{1}{2}a_1 T^2 - \left( \frac{1}{2}m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2}m_1 v_1^2(T) \right)$  .**8**

$\tilde{u} = \frac{v \left( m + \frac{M}{2} \right)}{M + m}$  .**7**  $t = \frac{2l}{v}$  .**8**

. מ.  $M \cdot v \cdot \left( m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg\mu \cdot \tilde{t}$ ,  $a = \frac{mg\mu}{M}$  .**9**

ב.  $\tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m}$  .**7** חיובי.  $\tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m}$  .**9**

�.  $u_1 = -v_0$ ,  $u_2 = 0$  :  $\alpha = \infty$ ,  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = v_0$  :  $\alpha = 1$ ,  $u_1 = v_0$ ,  $u_2 = 2v_0$  :  $\alpha = 0$ . **(10)**

$t = \frac{L}{u_2 - u_1}$  .**7**

$J_{ceiling} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH}$  .**9**  $\Delta P_{Total} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH}$  .**7**  $v_2 = \sqrt{2gH}$  .**8** **(11)**

$J_{Totalceiling} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1(m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH}$  .**7**  $h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}}$  .**7**

$t = \frac{L}{v}$  **(12)**

�.  $L = t \cdot (v - u)$  .**9**  $mv + Mu = (m + M) \cdot 0$  .**7**  $0 = mv + Mu$  .**8** **(13)**

ה. ראה סרטון.  $x = u \cdot t$  .**7**

$u_2 = \frac{mv_R}{m+M}$  ,  $u_1 = \frac{-Mv_R}{m+M}$  **(14)**

$$x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M} L \cos \theta \quad \text{ג.} \quad a_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.} \quad a'_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \quad \text{ג. (15)}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{m}{sec}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{m}{sec} \quad \text{ג.} \quad u = \sqrt{5} \frac{m}{sec} \quad \text{ב.} \quad v_0 = 8.94 \frac{m}{sec} \quad \text{ג. (16)}$$

$$h'_{max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(17)}$$

$$h \approx 12.3m \quad \text{(18)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(19)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{ג. (20)}$$

ב. קדימה:  $1 \leq k < \sqrt{2}$ ,  $k = \sqrt{2}$ : אחריה:  $\sqrt{2} < k \leq 2$ :

$$v = \sqrt{\frac{gL}{\left(1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta\right)}} \quad \text{(21)}$$

$$v = gl \left( \frac{3 - \mu}{4} \right) \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{3}{4} gl} \quad \text{ג. (22)}$$

(23) ראה סרטון.

$$x(t=5.82) \approx 60m \quad \text{(24)}$$